

# COMUNICACIONES OPTICAS

## FIBRAS MULTIMODO

Universidad Autónoma de Baja California UABC  
FACULTAD DE INGENIERIA ENSENADA  
Dr. Horacio Luis Martínez Reyes

# DESCRIPCION GEOMETRICA

## FIBRAS OPTICAS MULTIMODO DE SALTO DE INDICE

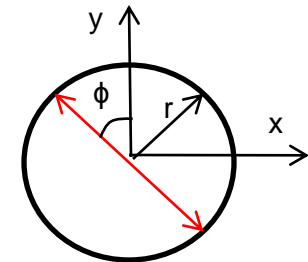
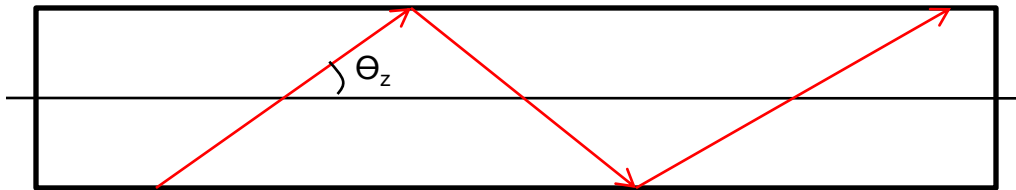
La teoría de rayos se considera aplicable para fibras ópticas con valores de  $V > 10$  donde:

$$V = k_0 r \sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2}$$

Las fibras ópticas multimodo de salto de índice cumplen esta característica por lo que se puede aplicar la teoría de rayos.

Para fibras ópticas circulares existen dos tipos diferentes de rayos: meridionales y sesgados.

**Rayos meridionales.** Los que se localizan en un plano que contiene al eje óptico.



Comparten las mismas características en cuanto a A.N., ángulo de aceptación, valor de índice efectivo, etc., que las guías planas.

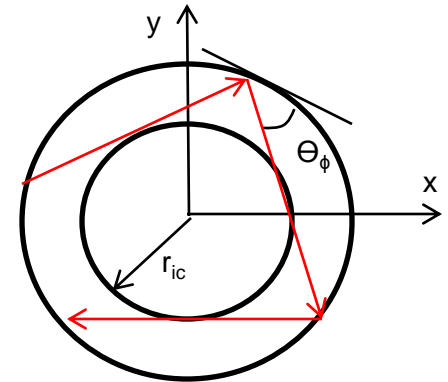
$$\beta = k \cos \theta = k_0 n_{co} \cos \theta_z$$

$$NA = n_0 \sin \theta_a = \sqrt{(n_{co}^2 - n_{cl}^2)}$$

Valores típicos 0.1-0.5

**RAYOS SESGADOS (SKEW):** son rayos que no están incluidos dentro de un plano y que van siguiendo una trayectoria “semihelicoidal”, se cumple tanto  $\theta_z$  como  $\theta_\phi$  son invariantes del rayo y que no se modifican en una trayectoria.

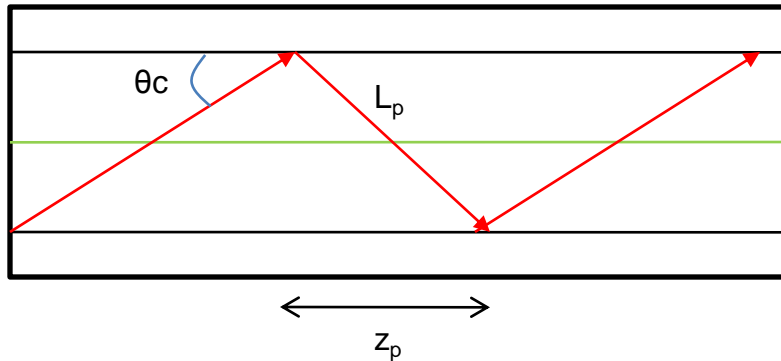
Se propagan en la zona exterior del núcleo, por lo que suelen tener mayores pérdidas que los rayos meridionales, y sus características de guiado varían un poco con respecto a las guías planas.



En general y con respecto al estudio de tiempo de transito de los rayos es una buena aproximación no tener en cuenta los rayos sesgados.

## TIEMPO DE TRANSITO

El tiempo de transito que un rayo tarda en recorrer una distancia  $Z$  esta dada por:



$$t = \frac{L_p}{v \cdot z_p} Z = \frac{n_{co}}{c \cos \theta_z} Z$$

Como el tiempo de transito de un rayo (en una fibra multimodo de salto de índice) es independiente de si es o no sesgado, para estudiar la diferencia de tiempo entre rayos se puede utilizar simplemente rayos meridionales y hacer un estudio como si la fibra óptica fuese una guía plana. Es interesante conocer, una vez excitados todos los rayos al principio de la fibra, cual es la diferencia de tiempo que les cuesta llegar al mas rápido y al mas lento:

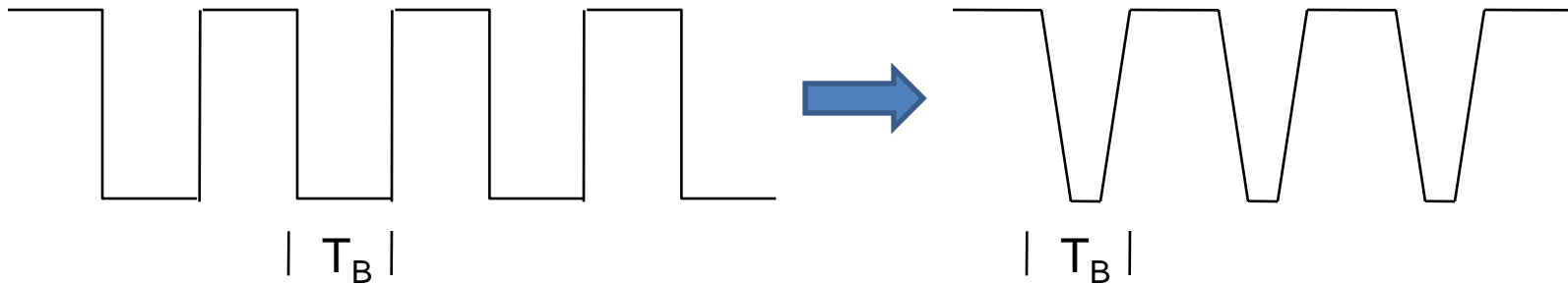
$$t_{\min} = \frac{n_{co}}{c} Z \quad t_{\max} = \frac{n_{co}^2}{c n_{cl}} Z \quad NA = n_{co} \sqrt{2\Delta} \quad \Delta = \frac{n_{co}^2 - n_{cl}^2}{2n_{co}^2} \cong \frac{n_{co} - n_{cl}}{n_{co}}$$

Aproximación de guiado débil

$$t_d = t_{\max} - t_{\min} = \frac{n_{co} Z}{c} \left( \frac{n_{co}}{n_{cl}} - 1 \right) = \frac{n_{co}^2 Z}{n_{cl} c} \Delta = \frac{Z}{2n_{cl} c} NA^2$$

La diferencia de tiempos de transito es, por lo tanto, proporcional a la apertura numérica de la fibra (o, en otras palabras, a la diferencia de índices entre núcleo y cubierta)

## DISPERSION DE PULSOS



Cada pulso de luz excitará, en general, un número elevado de modos, los cuales se van a propagar a velocidades diferentes y llegarán al final de la fibra en tiempos distintos, lo que ensancha la anchura del pulso introduciendo potencia óptica en las regiones de bit  $T_B$  adyacentes y limitando por tanto la capacidad de transmisión de la fibra. Es lo que se denomina DISPERSION INTERMODAL.

Admitiendo que  $t_d$  debería ser, al menos, menor que  $T_B = (1/B)$ . [Aunque esta relación depende de la forma de pulso].

$$t_d = \frac{L}{2n_{cl}c} NA^2 < \frac{1}{B} \quad \text{Con lo que} \quad BL < \frac{2n_{cl}c}{NA^2}$$

De esta forma, la capacidad de transmisión es inversamente proporcional a la apertura numérica: por eso las fibras tienen aperturas numéricas (diferencias de índices) muy pequeñas.

Ejemplo:

$n_1 = 1.5, n_2 = 1$  .....  $BL < 0.4 \text{ Mb/s km}$

$n_1 = 1.5, n_2 = 1.3$  .....  $BL < 1.3 \text{ Mb/s km}$

$n_1 = 1.5, n_2 = 1.46$  .....  $BL < 7.1 \text{ Mb/s km}$

$n_1 = 1.5, n_2 = 1.49$  .....  $BL < 29.8 \text{ Mb/s km}$  (subvalorado,  
porque los modos externos sufren mayor atenuación).

Disminuyendo la NA se puede conseguir transmitir mucha mas información. Pero esto en la practica no se hace. Las fibras ópticas comerciales multimodo se fabrican con valores de  $\Delta$  del orden de 0.01-0.02. esto es debido a que la fracción de potencia que se puede acoplar desde una fuente difusa a una fibra óptica multimodo varia con  $NA^2$ . por lo tanto, cuanto mayor es el ancho de banda en fibras multimodo de salto de índice, menor es la potencia acoplada:

$n_1 = 1.5, n_2 = 1$  .....  $\Phi/\Phi_0 = 1$

$n_1 = 1.5, n_2 = 1.3$  .....  $\Phi/\Phi_0 = 0.56$

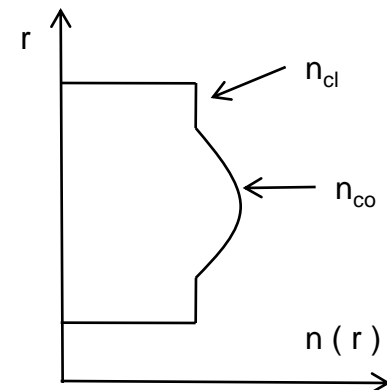
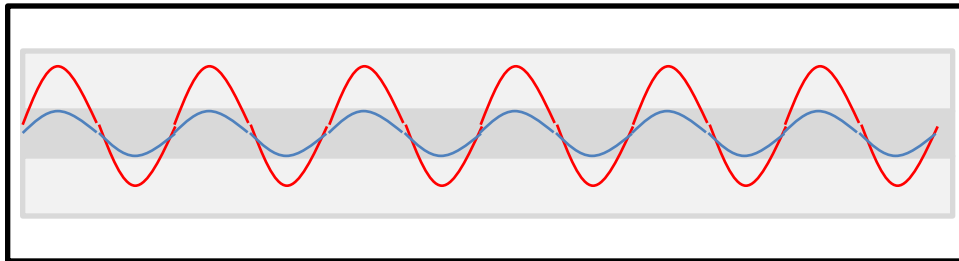
$n_1 = 1.5, n_2 = 1.46$  .....  $\Phi/\Phi_0 = 0.12$

$n_1 = 1.5, n_2 = 1.49$  .....  $\Phi/\Phi_0 = 0.029$ .

# FIBRAS OPTICAS MULTIMODO DE INDICE GRADUAL

Tomando el caso mas favorable de los ejemplos anteriores, 30 Mb/s km implica que si quiero mandar una señal de 156 Mb/s, la fibra óptica deberá tener una longitud máxima de unos 200 metros. Las fibras ópticas multimodo de salto de índice no suelen fabricarse para telecomunicaciones, aunque puede tener algo de validez en aplicaciones a muy corta distancia para LANs.

Hay dos soluciones para aumentar el ancho de banda en fibras: modificar el perfil de índice de las fibras multimodo o realizar fibras con un solo modo. Las fibras multimodo usadas en comunicaciones presentan un perfil de índice gradual, gracias al cual se puede disminuir la diferencia entre tiempos de transito entre rayos viajando a diferentes velocidades.



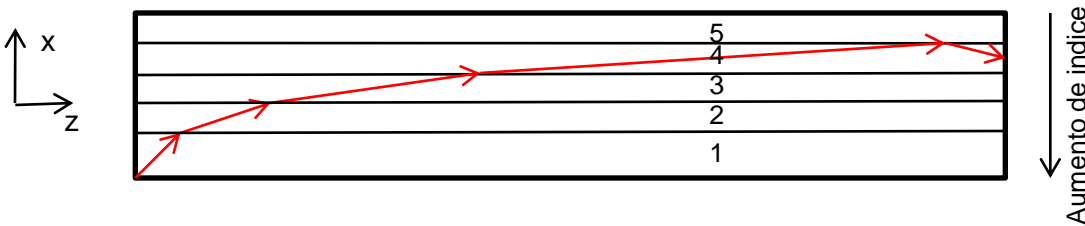
## **Para las fibras ópticas multimodo:**

- \* No existe un perfil de índice que ecualice (ajuste) todos los posibles rayos que se pueden propagar en una fibra óptica de índice gradual (meridionales + sesgados).
- \* El estudio de los rayos meridionales en una fibra óptica de salto de índice es equivalente al estudio de una guía plana. Esto se cumple también para fibras de índice gradual.
- \* Para rayos meridionales si existe un perfil de índice que ecualiza perfectamente cualquier trayectoria dentro de la fibra.
- \* Existe el menos un perfil de índice para el cual las fibra de índice gradual tienen un comportamiento parecido a las de salto de índice, en el sentido de que el tiempo de transito entre rayos es independiente de los rayos sesgados.



# GUIAS PLANAS

Para analizar el tiempo de transito de los rayos de luz dentro de la fibra óptica, se deben considerar las trayectorias de los rayos en un medio gradual. Para el caso de un guía plana (i.e. rayo meridional de fibra).

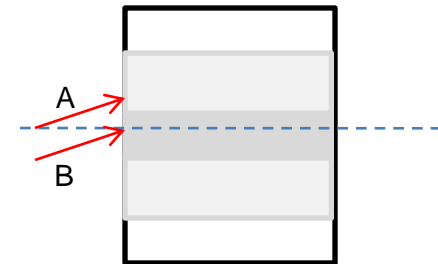


Simplificando, para un conjunto estratificado de capas con índices de refracción crecientes los rayos van doblándose hasta que, si el rayo inicial tenía la inclinación adecuada, se produzca el efecto de reflexión total.

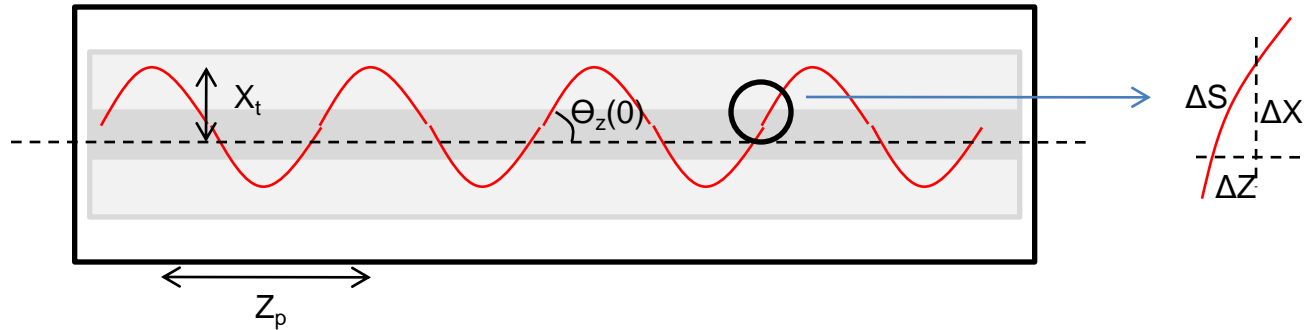
$$n_1 \cos \theta_1 = n_2 \cos \theta_2 = n_3 \cos \theta_3 = \dots = n(x) \cos \theta(x) = \beta \longrightarrow \text{Invariante del rayo}$$

Rayos en medios de índice gradual si se hacen los medios infinitesimales.

Si los rayos (A y B) inciden en lugares diferentes de gradiente, la constante de propagación  $\beta$  es diferente (el rayo A va a propagarse mas exteriormente que el B). Por eso la definición de apertura numérica es mas complicada en el caso de fibras de gradiente. Definiendo la NA como si todos los rayos entraran en el centro de la fibra.



$$NA(r) = \left( n^2(r) - n_{cl}^2 \right)^{1/2}$$



Puede existir un valor de  $x$  tal que  $n(x_t) = \beta$ : punto de retorno.  
 Calculo del tiempo de transito de estos rayos.

Calculo de la ecuación de propagación de un rayo partiendo de:

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta z)^2$$

$$\cos \theta = \frac{\Delta z}{\Delta s} = \frac{\beta}{n(x)}$$

Para índice gradual  
y diferenciando con  
respecto a  $z$ .

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \frac{1}{2\beta^2} \frac{dn^2}{dx}$$

$$\left( \frac{\Delta x}{\Delta z} \right)^2 = \frac{n^2(x)}{\beta^2} - 1$$

Ecuación del rayo

## GUIAS PLANAS

El perfil de índice se puede poner, de forma general:  $n^2(x) = n_{co}^2 \{1 - 2\Delta f(x)\}$

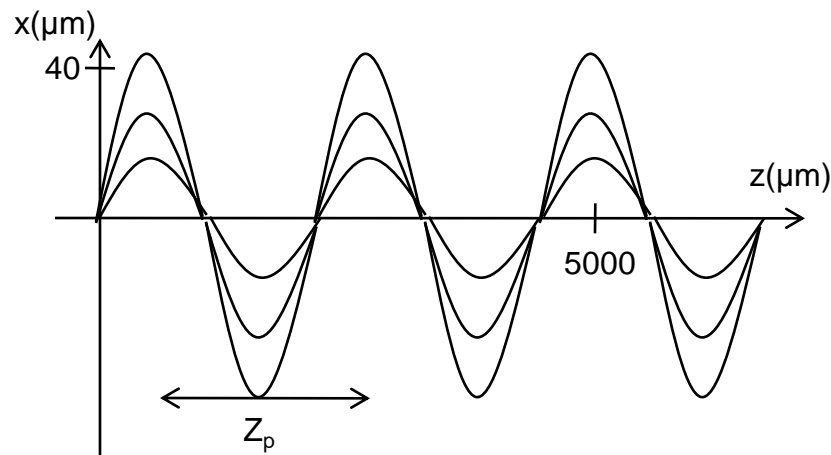
Utilizando un perfil de índice parabólico:

$$n^2(x) = n_{co}^2 \left\{ 1 - 2\Delta \left( \frac{x}{a} \right)^2 \right\} \quad \frac{d^2 x}{dz^2} = \frac{1}{2\beta^2} \frac{dn^2}{dx} \quad \frac{d^2 x}{dz^2} = \frac{-n_{co}^2 2\Delta}{\alpha^2 \beta^2} x(z) = -\Gamma^2 x(z)$$

$$(x < a; n_{cl}^2 \text{ si } x > a)$$

La solución es de la forma:  $x(z) = x_0 \text{sen} \Gamma z$   $\Gamma = \frac{n_{co} \sqrt{2\Delta}}{\alpha \beta}$   $x_0 = \frac{a}{\sqrt{2\Delta}} \left( \frac{n_{co}^2 - \beta^2}{n_{co}^2} \right)^{1/2}$

Los rayos guiados son aquellos para los que  $\beta$  se encuentra en un índice entre  $n_{co}$  y  $n_{cl}$ , ya que eso significa que el punto de retorno se encuentra dentro de la zona de núcleo y los rayos se mantienen guiados.



## GUIAS PLANAS

Los tiempos de transito se pueden calcular específicamente para este tipo de perfil resolviendo:

$$t = \int \frac{1}{v(x)} ds = \int \frac{n(x)}{c} ds$$

En la que operando otra vez entre ds, dx y dz se obtiene de forma general:

$$t = \frac{1}{c} \int \frac{n^2(x)}{\sqrt{n^2(x) - \beta^2}} dx \quad \text{Donde:} \quad \cos \theta = \frac{dz}{ds} = \frac{\beta}{n(x)} \quad \text{sen} \theta = \frac{dx}{ds}$$

Al pasar la integración a la coordenada x, se debe operar en, al menos, un semiperiodo. Por lo que, se puede escribir:

$$\frac{t_p}{4} = \frac{1}{c} \int_0^{x_t} \frac{n^2(x)}{\sqrt{n^2(x) - \beta^2}} dx$$

Para el caso de un perfil parabólico:

$$t_p = \frac{\pi}{c} \frac{a}{n_{co} \sqrt{2\Delta}} (n_{co}^2 + \beta^2)$$

## GUIAS PLANAS

De acuerdo a la definición de  $Z_p$ , se puede escribir que, si la longitud de la fibra es suficientemente grande, el tiempo de transito en recorrer una distancia  $z$  esta dado por:

$$t = \frac{t_p}{z_p} z = \frac{1}{2c} \left( \beta + \frac{n_{co}^2}{\beta} \right) z$$

Donde:  $\Gamma z_p = 2\pi$

Sabiendo que:

$$z = \int \frac{\beta}{\sqrt{n^2(x) - \beta^2}} dx$$

Por lo tanto, si se excitan todos los modos posibles, el valor de  $\beta$  puede variar entre los valores máximo y mínimo del índice de refracción de la fibra.

Considerando estos valores y sustituyendo en la ecuación anterior se obtiene que la mayor diferencia de tiempos de transito esta dada por:

$$t_d = \frac{1}{2cn_{cl}} (n_{co} - n_{cl})^2 z$$

$$BL < \frac{2cn_{cl}}{(n_{co} - n_{cl})^2}$$

Para el caso de  $n_{co} = 1.5$ ,  $n_{cl} = 1.49$  se tiene un producto de ancho de banda por distancia de unos 9 Gb/s km (contra los 30 Mb/s km obtenidos en el caso de una guía de salto de índice con los mismos parámetros).

Considerando que los rayos meridionales de fibras ópticas se comportan de la misma forma que los rayos de guías planas, es cierto que se produce un importante incremento de la capacidad de la fibra al utilizar un perfil de índice parabólico.

Se ha visto que con un perfil parabólico se produce un aumento importante del producto ancho de banda por distancia.

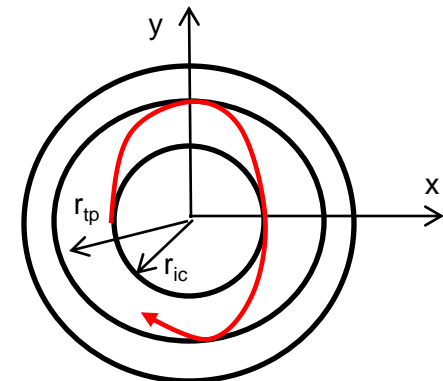
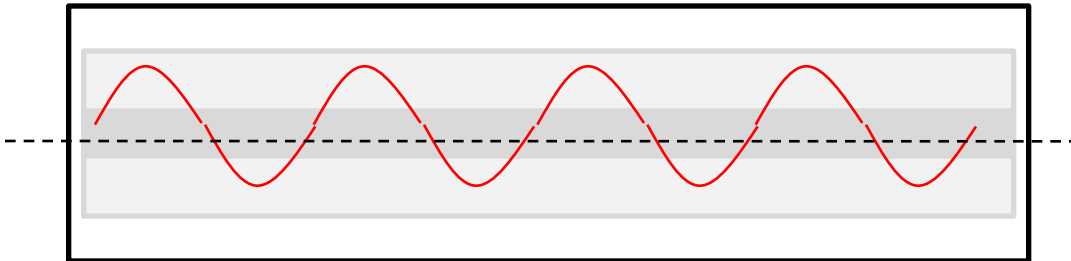
Se puede demostrar que un perfil de índice del tipo:

$$n^2(x) = n_{co}^2 \operatorname{sech}^2\left(\sqrt{2\Delta} \frac{x}{a}\right) \quad (x < a; n_{cl}^2 \text{ si } x > a)$$

Ecualiza todos los rayos que se puedan propagar en una guía plana o todos los rayos meridionales de una fibra óptica de índice gradual. Su producto ancho de banda por distancia sería infinito.

En las fibras ópticas además de los rayos meridionales, también existen los rayos sesgados (skew), los cuales también contribuyen a la dispersión de la fibra óptica para un perfil de índice de tipo general.

Por lo tanto, se puede afirmar que NO EXISTE un perfil que ecualice todos los rayos meridionales y sesgados de una fibra óptica.

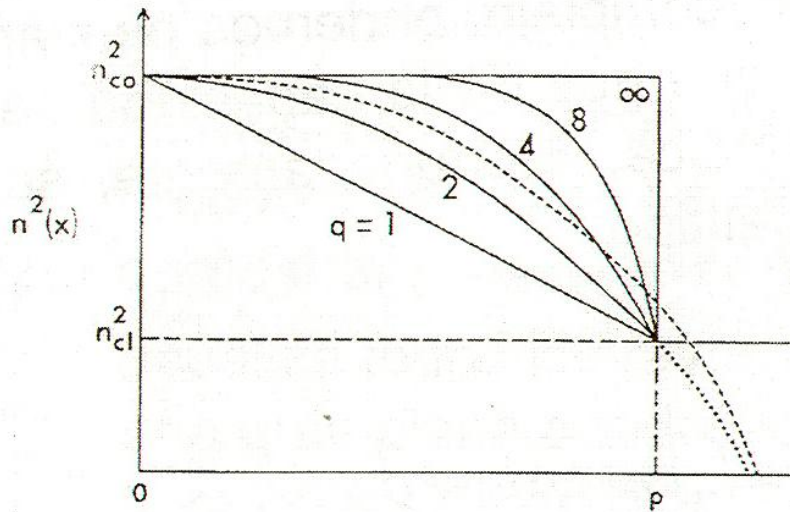


Al ser el análisis de rayos en fibras de índice gradual tan complejo, se puede pensar que es casi imposible determinar el tiempo de transito que nos de la capacidad de transmisión de una fibra multimodo de índice gradual. Sin embargo, se puede comprobar que para perfiles de índice del tipo:

$$n^2(x) = n_{co}^2 \left\{ 1 - 2\Delta \left( \frac{r}{a} \right)^q \right\} \quad \begin{array}{l} \text{Clad power-law o perfil de ley de potencias} \\ (x < a; n_{cl}^2 \text{ si } x > a) \end{array}$$

El tiempo de transito de los rayos propagándose por la fibra es independiente de  $l$ , es decir, independiente de que existan o no rayos sesgados. Por lo tanto, bastaría con estudiar el caso de una guía plana (rayos meridionales de una fibra) para conocer el tiempo de transito y, por tanto, la capacidad de una fibra con ese perfil.

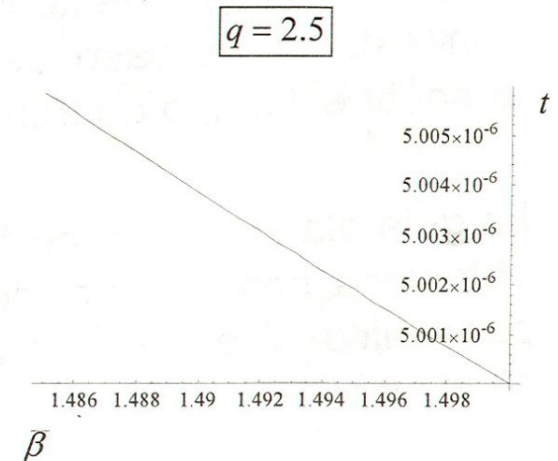
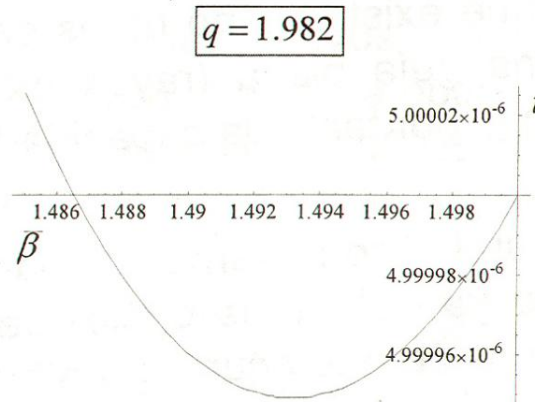
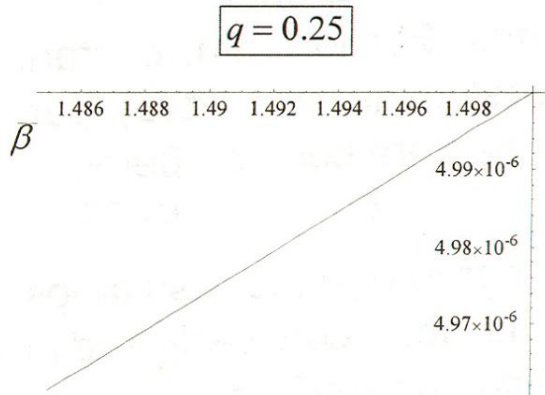
La guía plana con un perfil parabólico se ha estudiado, por lo que los resultados obtenidos son validos (como se ha dicho anteriormente) para una fibra con perfil radial parabólico.



De forma similar a como se resolvió la ecuación general para perfil parabólico, se puede resolver la ecuación para un perfil de ley de potencias, donde el tiempo de transito para rayos con  $\beta$  es:

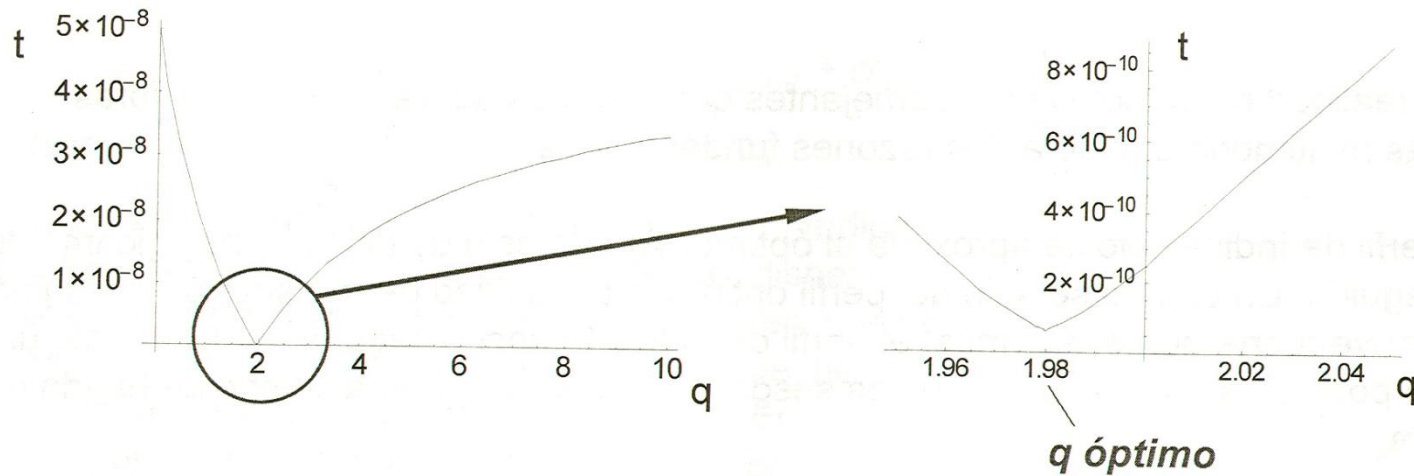
$$t = \frac{1}{(2+q)c} \left( 2\beta + \frac{qn_{co}^2}{\beta} \right) z$$

El calculo con esta formula es complejo, ya que dependiendo del valor de  $q$  el tiempo mínimo se encuentra en un valor de  $\beta$  que se deberá determinar.



$n_{co} = 1.5, n_{cl} = 1.485$





El valor de  $q$  óptimo que minimiza el tiempo de transito esta muy cercano a 2, es decir, al perfil parabólico. Se puede demostrar que:

$$q_{opt} \approx 2 - 2\Delta$$

Donde se tiene que, aproximadamente, la diferencia de tiempos de transito:

$$t_d \approx \frac{n_{co}}{8c} \Delta^2 z$$

Para  $n_{co} = 1.5$ ,  $n_{cl} = 1.485$   
 $BL \approx 36 \text{ Gb/s km}$

En la realidad no se consiguen semejantes capacidades de transmisión en fibras ópticas multimodo debido a dos razones fundamentales:

- \* El perfil de índice solo se aproxima al óptimo, ya que es muy difícil conseguirlo tecnológicamente. En cuanto se sale del perfil óptimo la capacidad de transmisión de la fibra disminuye fuertemente. Además, el perfil de índice tampoco seguirá estrictamente una ley de potencias, por lo que los rayos sesgados van a contribuir al ancho de banda de la fibra.

- \* No se ha incluido un término en la dispersión de los pulsos en fibras ópticas multimodo, y es el de la dispersión cromática. Los pulsos de luz presentan una determinada anchura espectral, y el índice de refracción varía con la longitud de onda lo que origina un ensanchamiento adicional en los pulsos debido a ese efecto.

De cualquier forma, la dispersión cromática es muchas veces despreciable con respecto a la dispersión intermodal debido a la razón mencionada anteriormente.

# DISPERSION MATERIAL

Para fibras multimodo se debe incluir la componente de dispersión material:

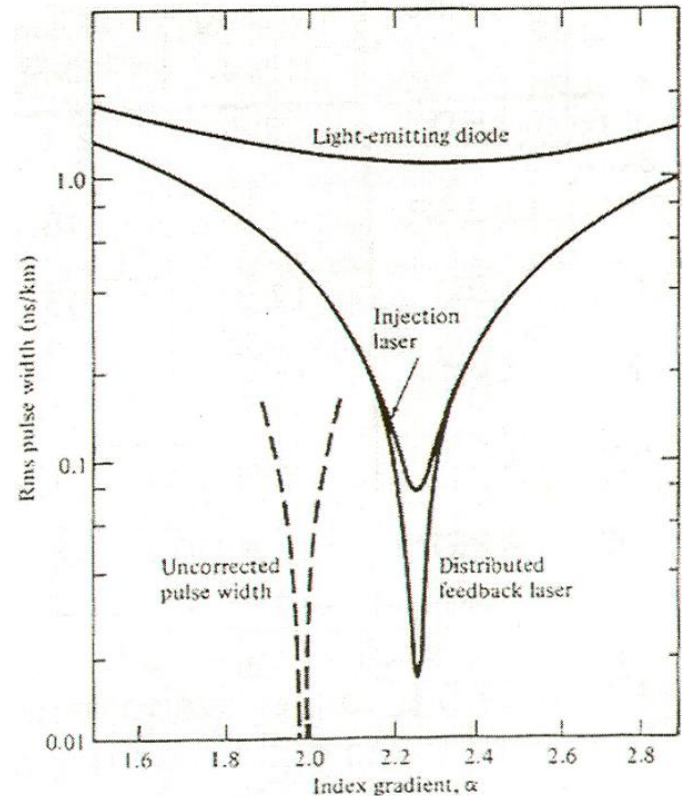
$$\sigma_t^2 = \sigma_{\text{intermodal}}^2 + \sigma_{\text{material}}^2$$

$$\sigma_{\text{material}} = |D_M| L \sigma_\lambda \quad \text{Observar que no hay } D_W \quad \sigma_{\text{intermodal}} \approx \frac{t_d}{4}$$

En fibras multimodo de índice gradual, también debe incluirse a la dispersión material porque afecta en buena medida al valor de tiempo de transito calculado para la dispersión intermodal, debido a que:

1. modifica el valor de  $q$  que hace el perfil optimo y lo hace dependiente de la longitud de onda (el valor de la dispersión material depende del dopaje de la región, y en una fibra de índice gradual este varia a lo largo de toda la región del núcleo).

2. al existir la dispersión material, la anchura de cualquier pulso depende de la anchura espectral de la fuente y eso va a limitar el valor de tiempo de transito que se ha calculado.



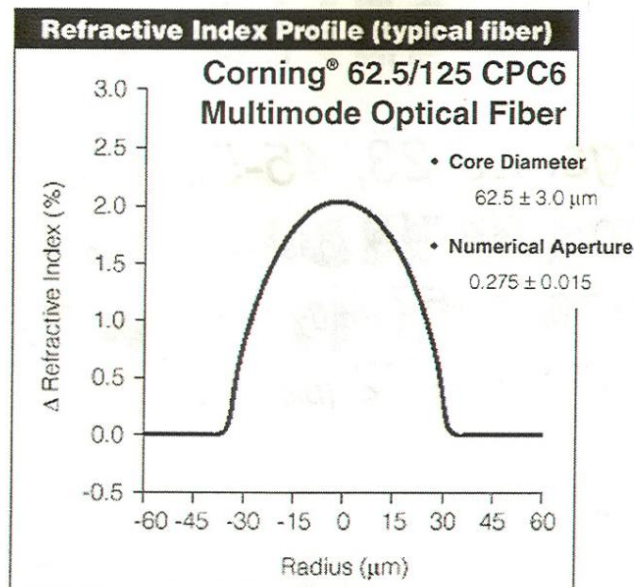
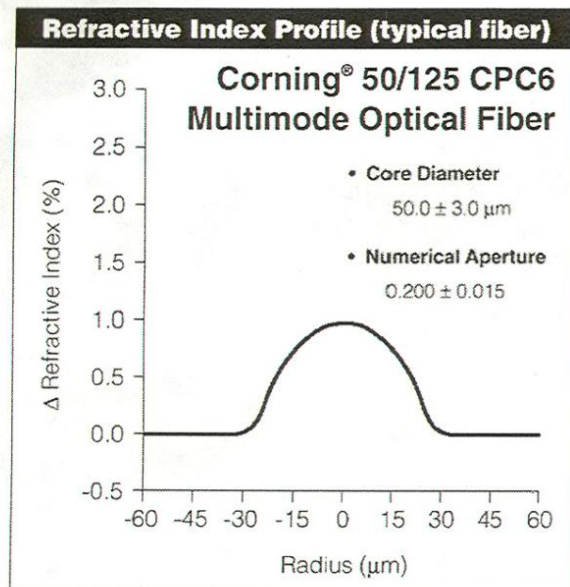
## DISPERSION EN FIBRAS MULTIMODO

En la siguiente tabla se puede ver cual de los términos material o intermodal limita la capacidad de transmisión en fibras multimodo.

Salto de índice						Gradiente de índice			
$\lambda$	Fuente	$\sigma_{\text{intermodal}}$ (ns/km)	$\sigma_{\text{material}}$ (ns/km)	$\sigma_{\text{total}}$ (ns/km)	B*L (Mbps*km)	$\sigma_{\text{intermodal}}$ (ns/km)	$\sigma_{\text{material}}$ (ns/km)	$\sigma_{\text{total}}$ (ns/km)	B*L (Mbps*km)
850 nm D=-84 ps/nmkm	LED LASER	12.5	2.1	12.5	20	.25	2.0	2.0	125
		12.5	.18	12.5	20	.25	.17	0.3	820
1300 nm D ~2 ps/nmkm	LED LASER	12.5	.35	12.5	20	.25	.25	.35	710
		12.5	.02	12.5	20	.25	.01	.25	1000
1550 nm D=22 ps/nmkm	LED LASER	12.5	1.1	12.5	20	.25	1.3	1.3	190
		12.5	.04	12.5	20	.25	.05	0.255	980

Los valores de BL son, en cierto modo, algo conservadores porque la dispersión intermodal se rebaja por pérdidas relativas entre modos y mezcla entre estos (aunque aumenta la atenuación). Realmente  $\sigma_{\text{intermodal}}$  varía no con L sino con  $L^a$ , donde a es el factor de concatenación (varía entre 0.5 y 1).

# Corning® Optical Fiber



Standard Bandwidth Cells	
-/1300 nm	850/1300 nm
	400/400
	400/600
-/800	400/800
-/1000	400/1000
	500/500*
	600/600

Standard Bandwidth Cells
850/1300 nm (mHz•km)
160/200
200/200
200/400
160/500*
200/600

## InfiniCor® 600 Fiber

### Optical Specifications

#### Performance

- LED-based sources: 500/500 MHz•km @ 850/1300 nm based on overfilled launch conditions
- Laser-based sources: Laser performance is guaranteed to achieve 600/600 meters @ 850/1300 nm for Gigabit Ethernet (IEEE 802.3z) standard-compliant links

Las características de las fibras multimodo dependen radicalmente de las condiciones de inyección de potencia (de la excitación de modos)