APUNTES ELECTRÓNICOS
DE
MECANICA CLASICA

2019

FACULTAD DE INGENIERÍA ARQUITECTURA Y DISEÑO
CARRETERA TRANSPENINSULAR ENSENADA-TIJUANA
NUMERO 3917, COLONIA PLAYITAS

Ensenada, B.C., C.P. 22860. Teléfono 646-1750744, Fax 646-1744333

E-mail: Jorge.mata@uabc.edu.mx

Manual de Mecánica Clásica

Tema 2. Fuerza y movimiento: Leyes de Newton

Las propiedades fundamentales de la fuerza y la relación entre la fuerza y la aceleración están contenidas en las tres leyes de Newton de movimiento.

La primera de estas leyes describe el estado natural del movimiento en la fuerza externa neta actúa, mientras que las otras dos leyes se ocupan del comportamiento de los cuerpos a influencia de fuerzas externas.

La primera ley fue descubierta por Galileo Galilei a comienzos del siglo XVII, pero le tocó a Isaac Newton, en la segunda mitad del siglo XVII, formular una teoría coherente de fuerzas y establecer un conjunto completo de ecuaciones a partir de que se puede calcular el movimiento de cuerpos bajo la influencia de fuerzas arbitrarias.

El estudio de las fuerzas y sus efectos sobre el movimiento de los cuerpos se llama dinámica, y las leyes del movimiento de Newton a veces se llaman las leyes de la dinámica.

Tema 2.1. Masa, aceleración y fuerza

La unidad de Masa.

La unidad de masa es el kilogramo. El estándar de masa es un cilindro una aleación de platino-iridio conservada en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas.

El kilogramo (1 Kg) se define exactamente igual a la masa de este cilindro. La masa es la única unidad fundamental para la cual todavía no se tiene un estándar atómico.

La masa se mide con un equilibrio, un instrumento que compara el peso de una masa desconocida con una fuerza conocida, como el peso de la masa estándar o de un resorte calibrado. La presión es directamente proporcional a la masa, y las ponderaciones implican masas iguales.

Las masas de átomos se miden a menudo en términos de la unidad de masa atómica (1 u), que es exactamente la masa de un átomo de carbono-12:

$$unidad\ de\ masa\ atómica = 1U = \frac{Masa\ del\ carbono\ 12}{12} = \frac{1.992X10^{-26}Kg}{12} =$$
$$= 1.66054X10^{-27}Kg.$$

Múltiplos y submúltiplos del kilogramo.

En el sistema británico de unidades, la unidad de masa es la libra, que es exactamente 0.453 592 37 Kg.

Para una comprensión rápida de la relación aproximada entre unidades británicas y métricas:

1 yarda ≈ 1 m

1 milla ≈ 1,6 Km

1 libra ≈ ½ Kg

1 cuarto ≈ 1 litro
1 galón ≈ 4 litros
Ejercicio 1.
¿Cuál es tu masa en gramos?, ¿En libras? ¿En masas atómicas?
Respuesta:
Suponiendo que su masa es de 60 Kg, la masa se calcula con:

$$Masa\ en\ Kg\left(\frac{1000\ gramos}{1\ Kg}\right) = 60\ Kg\left(\frac{1000\ gramos}{1\ Kg}\right) = 60000\ gramos$$

Para calcularla en libras utilizamos la conversión de Kg a libras:

$$Masa\ en\ Kg\left(\frac{0.5\ libras}{1\ Kg}\right) = 60\ Kg\left(\frac{0.5\ libras}{1\ Kg}\right) \approx 30\ \text{libras}$$

El cálculo para masas atómicas es:

$$Masa\ en\ Kg\left(\frac{1.66054X10^{-27}Kg}{1U}\right) = 60Kg\left(\frac{1.66054X10^{-27}Kg}{1U}\right) \approx 10^{-26}\ U$$

Aceleración.
Cualquier movimiento con un cambio de velocidad es movimiento acelerado. Así, el movimiento de un automóvil que se acelera es el movimiento acelerado, pero también lo es el movimiento de un automóvil que se ralentiza mientras se frena - en ambos casos hay un cambio de velocidad. Si una partícula tiene velocidad v1 en el instante t1 y velocidad v2 en el instante t2, entonces la aceleración media para este intervalo de tiempo se define como el cambio de velocidad dividido por el cambio de tiempo:

$$a = \frac{v2 - v1}{t2 - t1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

En consecuencia, la aceleración media es la tasa media de variación de la velocidad, o el cambio medio de velocidad por unidad de tiempo. La unidad de aceleración es la unidad de velocidad dividida por la unidad de tiempo. Por consiguiente, en el sistema SI, la unidad de aceleración es el metro por segundo por segundo, o metro por segundo cuadrado [(m/s), o m/s2].
La aceleración puede ser positiva o negativa, dependiendo del signo del cambio de velocidad v2\v1. Si la velocidad es positiva y aumenta en magnitud, la aceleración es positiva; Si la velocidad es positiva y decreciente en magnitud, la aceleración es negativa. Sin embargo, tenga en cuenta que si la velocidad es negativa (movimiento en la dirección x negativa) y aumentando en magnitud, es decir, cada vez más negativo, la aceleración es negativa. Así, un automóvil acelerando mientras se mueve en la dirección x negativa tiene aceleración negativa; Por el contrario, un automóvil ralentizando o "desacelerando" mientras se mueve en el negativo x dirección tiene aceleración positiva.

La aceleración instantánea en algún instante de tiempo es la pendiente de la tangente, dibujado en la gráfica de velocidad vs. tiempo.
Como en el caso de la velocidad instantánea, la aceleración instantánea también se puede calcular como el límite de la relación de pequeños incrementos:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Esto dice que la aceleración es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo. Equivalentemente, podemos decir que la aceleración es la segunda derivada de la posición con respecto al tiempo, es decir

$$a = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) \; o \; a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Por ejemplo, la aceleración calculada por diferenciación de la fórmula de velocidad es:

$$a = \frac{d}{dt}(4.752t - 0.126t^2) = 4.752 - 0.252t$$

donde la aceleración se mide en m/s2. Por ejemplo, en t =4s, esta relación da a=3.74 m/s^2, de acuerdo con la pendiente de la tangente a la curva de velocidad, a =3.7 m/s^2.

Movimiento con aceleración constante
La aceleración de un cuerpo puede variar en función de la posición o del tiempo. Sin embargo, es muy común que un cuerpo experimente una aceleración constante, al menos durante algún intervalo de tiempo; Esto permite un análisis más simple. La aceleración constante implica una pendiente constante en el gráfico de velocidad vs. tiempo; Así la trama es una línea recta. En este caso, la velocidad simplemente aumenta (o disminuye) en cantidades iguales en cada intervalo de tiempo de 1 segundo.
En el caso de la aceleración constante, hay algunas relaciones simples entre la aceleración, velocidad, posición y tiempo que nos permiten calcular una de estas cantidades de los demás. Supongamos que la velocidad inicial en el tiempo cero es v0 y que la velocidad aumenta a una velocidad constante dada por la aceleración constante a. Después de transcurrido un tiempo t, la velocidad habrá aumentado en una cantidad at, y habrá alcanzado el valor

$$v = v_0 + at$$

Supongamos que la posición inicial es x0 en el tiempo cero. Después de transcurrido un tiempo t, la posición habrá cambiado en una cantidad igual al producto de la velocidad media multiplicado por el tiempo; Es decir, la posición habrá cambiado desde el valor inicial x0 a

$$x = x_0 + vt$$

Puesto que la velocidad aumenta uniformemente con el tiempo, el valor medio de la velocidad es simplemente el promedio del valor inicial y los valores finales, o

$$v = \frac{1}{2}(V_0 + v)$$

Y entonces:

$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

Para expresarlo en términos de la aceleración:

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + at)t = \frac{1}{2}(v_0 t + at^2)$$

El lado derecho de esta ecuación consiste en dos términos: el término v0t representa el cambio en posición que la partícula sufriría si se movía a velocidad constante v0, y el término at representa el efecto de la aceleración.

Despejando el tiempo de las ecuaciones obtenemos:

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

Al sustituirlo en la ecuación anterior tenemos:

$$x - x_0 = v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2 - {v_0}^2}{a}$$

Que se puede reordenar como:

$$a(x - x_0) = \frac{1}{2}(v^2 - {v^2}_0)$$

Ejemplo 1.

Un automóvil viajando inicialmente a 50Km/h cae en un estado estacionario, en una barrera rígida. El extremo delantero del automóvil se arruga, y el habitáculo se detiene después de avanzar por 0.40 m. Suponiendo una desaceleración constante durante el accidente, ¿cuál es el valor de ¿desaceleración? ¿Cuánto tiempo tarda el compartimiento para pasajeros para detener?

SOLUCIÓN: Las cantidades conocidas son la velocidad inicial (v0=50 Km/h justo antes de que el automóvil entre en contacto con la barrera), la velocidad final (v=0 cuando el compartimiento de pasajeros se para), y el cambio de posición del compartimiento de pasajeros (X - x0=40m):

Para encontrar la aceleración, usaremos la última ecuación, porque la aceleración aparece como la única cantidad desconocida.

$$a = \frac{1}{2}\frac{(v^2 - {v^2}_0)}{(x - x_0)}$$

Sustituimos las cantidades conocidas: Vo=50Km/h= 13.9m/s,

$$a = \frac{1}{2}\frac{(v^2 - {v^2}_0)}{(x - x_0)} = \frac{-(\frac{13.9m}{s})^2}{2 * .40m} = -240m/s$$

Esta es una gran desaceleración. Un pasajero involucrado en un accidente a menos que esté bien sujeto por un cinturón de seguridad cómodo o un airbag.
Podemos calcular a continuación, a partir de la ecuación con el tiempo despejado, el tiempo en el que el compartimiento para pasajeros le toma para parar.

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{-13.9m/s}{-240\, m/s^2} = 0.058\, s$$

Ejemplo 2.
Un automóvil viaja a 86 km / h en una carretera recta cuando el conductor detecta una ruina adelante y golpea los frenos. El tiempo de reacción del conductor, es decir, el intervalo de tiempo entre ver el naufragio y él pisando los frenos, es de 0.75 s. Una vez que se aplican los frenos, el automóvil desacelera a 8,0 m / s2. ¿Cuál es la distancia total de parada?
SOLUCIÓN: El movimiento tiene dos partes. La primera parte, antes de que se apliquen los frenos, es movimiento a velocidad constante; La segunda parte, después de que se apliquen los frenos, es movimiento con aceleración constante (negativa).
La primera parte del movimiento dura un tiempo Δt= 0.75 s, con una velocidad constante Vo= 86 Km/h, es decir:

$$v_0 = 86\ \frac{Km}{h} X \frac{10^3 m}{1\, Km} X \frac{1\, h}{3600\, s} = 24\, m/s$$

A esa velocidad, el automóvil viaja a una distancia:

$$v_0 \Delta t = \frac{24m}{s} * .75s = 18\, m$$

Por lo tanto, la segunda parte del movimiento tiene una posición inicial x0= 18 m, una velocidad inicial vo=24 m/s, una velocidad final v=0 y una aceleración a=-8.0 m/s² (la aceleración es negativa ya que el automóvil está desacelerando mientras se mueve en la dirección x positiva). La distancia final desconocida es:
La ecuación más adecuada para la solución de este problema es la que contiene la cantidad desconocida y se conocen todas las otras cantidades en ella. Resolviendo esta ecuación para x, encontramos que la distancia total de parada es:

$$x = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = 18m + \frac{0 - (24m/s)^2}{2 * \left(-\frac{8m}{s^2}\right)} = 18m + 36m = 54m$$

La aceleración de caída libre
Un cuerpo liberado cerca de la superficie de la Tierra acelerará hacia abajo bajo la influencia de la atracción de la gravedad ejercida por la Tierra. Si la resistencia de fricción del aire ha sido eliminada, (colocando el cuerpo en un recipiente evacuado), entonces el cuerpo está en caída libre, y el movimiento descendente procede con aceleración constante.

Es un hecho notable que el valor de esta aceleración de la caída libre es exactamente igual para todos los cuerpos liberados a la misma ubicación, el valor de la aceleración es completamente independiente de las velocidades, masas, tamaños, formas, composiciones químicas, etc., de los cuerpos.
La aceleración descendente de un cuerpo que cae libremente cerca de la superficie de la Tierra se denota generalmente por g. El valor numérico de g es aproximadamente 9.81 m/s^2.
Para la descripción del movimiento de caída libre, podemos usar las fórmulas para el movimiento con
Aceleración constante desarrollada en la sección anterior. Para aplicar estas fórmulas, debemos hacer una elección para la dirección del eje x. Podemos tomar el eje x positivo en la dirección ascendente o positiva en la dirección descendente; Pero una vez que hacemos una de estas opciones al principio de un problema, debemos adherirnos al final.
Para de la uniformidad, en todos los ejemplos de esta sección, tomaremos el eje x positiva en la dirección ascendente. Con esta elección del eje x, la aceleración de una partícula que cae libremente es negativa, es decir, a g se convierte en:

$$v = v_0 - gt$$
$$x = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$
$$-g(x - x_0) = \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2)$$

Ejemplo 1.
En Acapulco, los buzos profesionales divierten a los turistas saltando desde un precipicio de 36 m de altura hasta el mar (Fig. 2.20). ¿En cuánto tiempo caen? ¿Cuál es su velocidad de impacto en el agua?
SOLUCIÓN:
Para calcular el tiempo, usamos la segunda ecuación, dividiendo ambos lados entre -1/2g y tomamos la raíz de ambos lados:

$$t = \sqrt{-\frac{2(x - x_0)}{g}} = \sqrt{\frac{2 * (-36m)}{9.81\, m/s^2}} = 2.7\, s$$

De la primera ecuación, la velocidad de impacto es

$$v = 0 - gt = -\frac{9.81m}{s^2} * 2.7s = \, -26m/s$$

Nota: Recuerde que el signo de la velocidad o aceleración le indica dirección de la velocidad o la aceleración. Por ejemplo, el resultado v=26 m/s significa que el movimiento del buzo es opuesto a la dirección del eje x; La x se dirige hacia arriba, y el movimiento del buzo se dirige hacia abajo.

Ejemplo 2.

Un arco poderoso, como uno de los utilizados para establecer registros mundiales en tiro con arco, puede lanzar una flecha a una velocidad de 90 m/s. ¿Hasta qué punto se elevará tal flecha si se apunta verticalmente hacia arriba? ¿Cuánto tiempo tardará en volver al suelo? ¿Cuál será su velocidad cuando llegue al suelo? Por simplicidad, ignorar la fricción del aire y tratar la flecha como una partícula ideal.
SOLUCIÓN: En el suelo, la velocidad inicial es positiva, v0 = 90 m/s la flecha se mueve hacia arriba mientras su velocidad disminuye a la velocidad de 9.81 m/s². En el punto más alto del movimiento, la flecha deja de moverse hacia arriba y está momentáneamente en reposo; En este punto la velocidad instantánea es cero, v=0. Por el movimiento ascendente, podemos considerar las velocidades inicial y final como conocidas. Se desconoce la altura alcanzada y el tiempo:
En la tercera ecuación, dividimos entre -g, encontramos que

$$(x - x_0) = \frac{1}{-2g}(v^2 - v_0^2) = \frac{-0 + (90m/s)^2}{2 * 9.81m/s^2} = 4.1X10^2m$$

El movimiento hacia abajo es simplemente el reverso del movimiento ascendente durante movimiento hacia abajo, la flecha se acelera a una velocidad de 9,81 m / s2, tal desacelerado a esta misma velocidad durante el movimiento ascendente. El movimiento descendente por lo tanto, toma exactamente el tiempo que el movimiento hacia arriba, y el tiempo total requerido para que la flecha complete el movimiento hacia arriba y hacia abajo es el doble del tiempo requerido para el movimiento ascendente, es decir, 2*9.2 =18.4 s. La velocidad de la flecha cuando golpea el suelo es simplemente el reverso de la velocidad inicial; Por lo tanto, es - 90 m/s.

Bibliografía.
Ohanian, Physics for Engineers and Scientits, Third edition Volumen 1.