

Métodos Computacionales en Nanomateriales

Profesor: Elmer Cruz Mendoza
email: elmer.cruz.mendoza@gmail.com

23 de febrero de 2016

Práctica 3

El objetivo de esta práctica es que el estudiante aprenda a utilizar métodos de diferencias finitas para resolver ecuaciones diferenciales. Particularmente, aquellas ecuaciones denominadas de segundo orden, las cuales son representativas en sistemas dinámicos. Por ejemplo, la ecuación del péndulo, la del oscilador armónico, movimiento parabólico, etc.

1. El péndulo simple

Considere el problema del péndulo simple (Fig. 1), cuya dinámica se encuentra descrita a través de la ecuación diferencial de segundo orden

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \sin \theta, \quad (1)$$

donde θ es la posición angular. Además,

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega, \quad (2)$$

en la cual ω representa la velocidad angular (Por razones de simplicidad, considere $\frac{g}{l} = 10$).

Actividades

- Reescribir la ecuación (2) como un par de ecuaciones acopladas
- Obtener las expresiones discretas de las ecuaciones utilizando
 - método de Euler hacia adelante
 - método de Verlet
- Contruir un programa que calcule las soluciones para la posición angular θ y para la velocidad angular ω , como función del tiempo.
- Comparar los resultados calculados vía el método de Euler con los que se obtienen mediante el método de Verlet.
- Determine cual de los dos es más preciso y ¿Porqué?

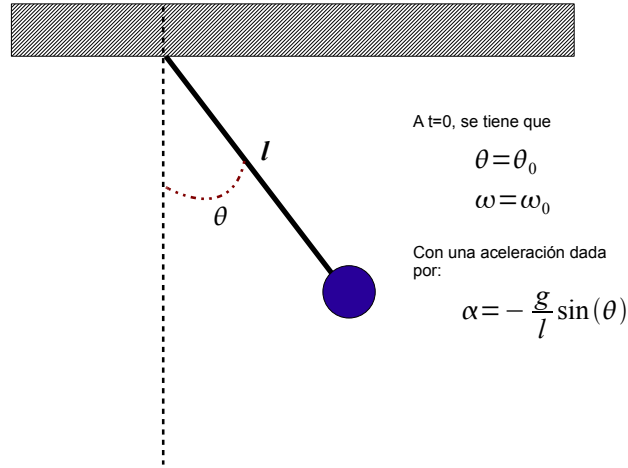


Figura 1: Esquema del péndulo simple.

2. Oscilador armónico Forzado Amortiguado

Considere el Oscilador Armonico Simple (Fig. 2), el cual se encuentra afectado por una fuerza dependiente del tiempo t , dada por $f_n = a_0 \sin(\omega t)$, donde a_0 es la amplitud de dicha fuerza y ω es la frecuencia con la que actúa sobre el sistema. Por otro lado, también considere que dicho oscilador se encuentra inmerso dentro de un fluido, el cual ofrece resistencia al movimiento, por lo que la energía cinética se disipará. El término debido a la resistencia del fluido puede expresarse como $g_n = \gamma \frac{dx}{dt} = \gamma v$, en donde γ es un coeficiente fenomenológico que representa la fricción del fluido, mientras que v es la velocidad de la masa del oscilador. La dinámica de cada una de las partículas se encontrará descrita por una ecuación de movimiento dada por

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = a_0 \sin(\omega t) \quad (3)$$

Actividades:

- Obtenga las ecuaciones en diferencias finitas para la posición, x , y para la velocidad v como función del tiempo. Utilice el método de Verlet para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales.
- Considere que $E = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}\omega_0^2 x^2$ y que $x_{01} < x_{02}$ y grafique E Vs. t . ¿Qué puede concluir de ello?

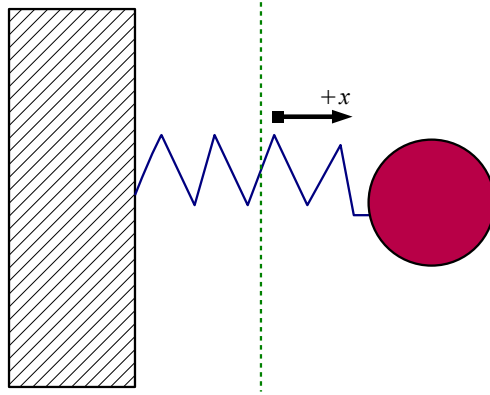


Figura 2: Oscilador armónico.

- ¿Qué pasa si a_0 y γ son cero? ¿Qué representa esta situación?
- ¿Qué pasa si $a_0 = 0$ pero $\gamma \neq 0$. Discuta los resultados.

Nota: Escribir un reporte con formato de artículo científico, en el cual se exhiban los resultados y conclusiones de la práctica.