Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño
Bioingeniería
Ingeniería en Nanotecnología

Manual de Prácticas de Laboratorio
Métodos Numéricos

Dra. Dora-Luz Flores

Ensenada, Baja California, México 2017

	Universidad Autónoma de Baja California Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño
Práctica de laboratorio	

Carreras	Plan de estudio	Clave asignatura	Nombre de la asignatura
Bioingeniería Ing. Nanotecnología	2009-2	11790	Métodos Numéricos

Práctica No.	Laborarotio	Nombre de la práctica	Duración
1	Computación	Errores de truncamiento	2 hrs.

1 Introducción.

En el campo de la ingeniería y ciencias, existen infinidad de fenómenos que requieren representarse mediante modelos matemáticos. Desafortunadamente, la gran mayoría de estos modelos no tienen una solución exacta o no es fácil encontrarla. Es en estos casos donde los métodos numéricos proporcionara una solución aproximada al problema original. Un método numérico es aquel que obtiene números que se aproximan a los que se obtendrían aplicando la solución analítica de un problema. Los métodos numéricos son herramientas extremadamente poderosas para la solución de problemas. Son capaces de manejar sistemas de ecuaciones grandes, no linealidades geométricas complicadas que son comunes en la práctica de la ingeniería y que, a menudo, son imposibles de resolver analíticamente.

2 Competencia.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab que realice las sumatorias, utilizando ciclos de control y mostrando en pantalla errores de truncamiento.

3 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Errores de truncamiento.

4 Descripción.

4.1 Procedimiento.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab que realice las siguientes sumatorias, utilizando ciclos de control:

1. $\sum_{i=1}^{10000} 0.0001$.

2. $1 + \sum_{i=1}^{10000} 0.0001$.

3. $1000 + \sum_{i=1}^{10000} 0.0001$.

4. $10000 + \sum_{i=1}^{10000} 0.0001$.

Debe utilizar 4 y 15 cifras significativas. Además deberá mostrar en la ventana de comandos los errores absoluto, relativo y relativo porcentual tomando en cuenta que los valores reales para cada inciso son 1, 2, 1001 y 10001, respectivamente.

4.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica, en una sección del mismo agregar su conclusión del resultado obtenido en las sumatorias contestando las siguientes preguntas:

1. ¿A qué se debe que el resultado no sea el real?

2. ¿Cuál es la diferencia entre el error real y el error absoluto?

El nombre del archivo debe ser como sigue:
practica01XXXX.m
Donde las **X** son sus iniciales empezando por el primer apellido.

5 Bibliografía.

5.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.

- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.

- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

5.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com

	Universidad Autónoma de Baja California Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño
Práctica de laboratorio	

Carreras	Plan de estudio	Clave asignatura	Nombre de la asignatura
Bioingeniería Ing. Nanotecnología	2009-2	11790	Métodos Numéricos

Práctica No.	Laborarotio	Nombre de la práctica	Duración
3	Computación	Series y sucesiones	2 hrs.

1 Introducción.

Una serie es un conjunto de cosas que tienen una relación entre si y que se suceden unas a otras. Una serie matemática es la expresión de la suma de los infinitos términos de una sucesión (una aplicación definida sobre los números naturales). Por su parte se le llama sucesión de números reales a cualquier lista ordenada de números reales: $a_1, a_2, a_3, \cdots$, que se suele representar por $\{a_n\}$. Una sucesión se puede interpretar también como una aplicación: $n \to a_n$, donde la expresión, si existe, de cada término en función del lugar que ocupa, $a_n = f(n)$, se llama término general de la sucesión.

2 Competencia.

El alumno utilizará sus conocimientos para desarrollar la habilidad de resolver series y sucesiones aplicándolas correctamente en situaciones de ingeniería y áreas a fin a su carrera. Para lo cual utilizará la información de los componentes revisados en clase y a través de la bibliografía proporcionada, esta actividad la llevara a cabo de manera proactiva, ética, responsable y a través del trabajo interdisciplinario y en equipo.

3 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Errores de truncamiento.
2. Series y sucesiones.

4 Descripción.

4.1 Procedimiento.

1. El alumno desarrollará un *script* en Matlab que aproxime el valor de la función $f(x) = -0.1x^4 - 0.15x^3 - 0.5x^2 - 0.25x + 1.2$ en el punto $x = 1$ mediante la serie de Taylor, utilizando ciclos de control y mostrando en pantalla los resultados de la aproximación.
   (a) Usando la serie de Taylor de orden cero.
   (b) Usando la serie de Taylor de primer orden.

(c) Usando la serie de Taylor de segundo orden.

Se tomarán como referencia los valores $x_i = 0$ y $h = 1$ para realizar los cálculos. En los resultados se deberán mostrar los errores absoluto, relativo y relativo porcentual tomando en cuenta el valor real de la función para cada una de las aproximaciones obtenidas mediante la serie de Taylor.

2. De las aproximaciones obtenidas en el punto anterior indique cual es la mejor y explique porque.

4.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica. Entre código y código colocar una línea de comentario que describa cada una de las secciones de código y contestar las preguntas que se hacen en los incisos correspondientes.

El nombre del archivo debe ser como sigue:
practica03XXXX.m
Donde las **X** son sus iniciales empezando por el apellido.

5 Bibliografía.

5.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.
- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.
- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

5.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com

Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño

Práctica de laboratorio

Carreras	Plan de estudio	Clave asignatura	Nombre de la asignatura
Bioingeniería Ing. Nanotecnología	2009-2	11790	Métodos Numéricos

Práctica No.	Laborarotio	Nombre de la práctica	Duración
3	Computación	Interpolación lineal	2 hrs.

1 Introducción.

Un defecto del método de bisección es que al dividir el intervalo de x_i a x_u en mitades, no se considera la magnitud de $f(x_i)$ y de $f(x_u)$. Por ejemplo, si $f(x_i)$ esta más cercano a 0 que $f(x_u)$, es lógico pensar que la raíz se encuentra más cerca de x_i que de x_u. El método de falsa posición aprovecha la visualización gráfica de unir $f(x_i)$ y $f(x_u)$ con una recta, donde la intersección de esta recta con el eje x representa una mejor estimación a la raíz.

El algoritmo es igual al del método de bisección, lo único que cambia es la ecuación para x_r.

1.1 Algoritmo del método de interpolación lineal

1. Elegir límites superior x_u e inferior x_i.
2. Obtener la aproximación a la raíz $x_r = x_u - \dfrac{f(x_u)(x_i - x_u)}{f(x_i) - f(x_u)}$.
3. Si $f(x_i)f(x_r) < 0$, entonces $x_i = x_i$ y $x_u = x_r$. Si no, si $f(x_u)f(x_r) < 0$, entonces $x_i = x_r$ y $x_u = x_u$.
4. Si $f(x_u)f(x_r) = 0$, la raíz es igual a x_r; termina el cálculo.

2 Competencia.

Aplicar el método de la regla falsa, comprendiendo a fondo su esencia gráfica y matemática, así mismo las ventajas del cálculo, con creatividad y responsabilidad.

3 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Errores de truncamiento.

2. Series y sucesiones.
3. Métodos gráfico y bisecciones sucesivas.

4 Descripción.

4.1 Procedimiento.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab que demuestre el método de interpolación lineal utilizando el algoritmo descrito en la sección 1.1 para aproximar el valor de la función $f(x) = e^{-x} - x$ cuando $f(x) = 0$.

Los argumentos de entrada son: x_i y x_u que representan los valores del intervalo donde se encuentra la raíz.

Los argumentos de salida son: x_r e i, que representan el valor aproximado de la raíz y el número de iteraciones que fue necesario para calcular x_r, respectivamente, tomando en cuenta un error estimado de 0.5×10^{-100}.

4.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica; mostrar en la ventana de comandos una tabla con los resultados obtenidos de las variables: $i, x_i, x_u, x_r, f(x_i), f(x_u), f(x_r), ERP$ para cada iteración; en una sección del mismo agregar su conclusión del resultado obtenido contestando las siguientes preguntas:

1. ¿Qué representa el número de i?
2. ¿De qué depende el número de iteraciones obtenidas en este algoritmo?

El nombre del archivo debe ser como sigue:
practica03XXXX.m
Donde las **X** son sus iniciales empezando por el apellido.

5 Bibliografía.

5.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.
- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.
- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

5.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com

	Universidad Autónoma de Baja California Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño
Práctica de laboratorio	

Carreras	Plan de estudio	Clave asignatura	Nombre de la asignatura
Bioingeniería	2009-2	11790	Métodos Numéricos
Ing. Nanotecnología	2010-1	11790	

Práctica No.	Laborarotio	Nombre de la práctica	Duración
4	Computación	Newton-Raphson y Von Mises	2 hrs.

1 Introducción.

Un defecto de los métodos que usan intervalos ($[x_l, x_u]$) es que se requiere tener la certeza de que la raíz se encuentra dentro del intervalo que se pretende usar ($f(x_l)f(x_u) \leq 0$). En cambio, los métodos abiertos, solo requieren de un valor inicial (x_i) para comenzar a buscar la raíz. Entre los métodos más importantes se encuentran:

- Método de Newton-Raphson de 1er orden.
- Método de Newton-Raphson de 2do orden.
- Método de la secante.
- Método de Von Mises.

1.1 Algoritmo del método de Newton Raphson de 1er orden

1. Elegir un valor x_i. Se sugiere, escoger un x_i cuya $f(x_i)$ sea cercana a cero.
2. Obtener la aproximación a la raíz $x_{i+1} = x_i - \dfrac{f(x_i)}{f'(x_i)}$ donde $f'(x_i)$ es la primera derivada de $f(x)$.
3. Calcular el error de aproximación $\epsilon_a = \left|\dfrac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}}\right|$.
4. Si $\epsilon_a \leq ErrorDeseado$, o si $f(x_{i+1}) = 0$ la raíz es igual a x_{i+1}; termina el cálculo. En caso contrario ir a 2.

Los algortimos para los métodos Newton-Raphson de 2do orden y de Von Mises tienen un algoritmo muy parecido al descrito para Newton-Raphson de 1er orden, lo única que cambia es la forma de calcular el siguiente valor de la raíz x_{i+1}.

- Newton-Raphson de 2do orden: $x_{i+1} = x_i - \dfrac{f(x_i)f'(x_i)}{[f'(x_i)]^2 - f(x_i)f''(x_i)}$.
- Método de Von Mises: $x_{i+1} = x_i - \dfrac{f(x_i)}{f'(x_0)}$.

2 Competencia.

Aplicar el método de Newton-Raphson de 1er y 2do orden y del método de Von Mises, comprendiendo a fondo su esencia matemática, así mismo las ventajas del cálculo mediante el uso de computadora, con creatividad y responsabilidad.

3 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Errores de truncamiento.
2. Métodos abiertos para cálculo de raíces.

4 Descripción.

4.1 Procedimiento.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab que demuestre el método de Newton Raphson de 1er y 2do grado, y de Von Mises utilizando el algoritmo descrito en la sección 1.1 para aproximar el valor de un polinomio de grado $n \geq 2$

Los argumentos de entrada son: x_i que representa el valor de inicial para encontrar la raíz y $P(x)$, que es el polinomio al que se le desean encontrar las raíces.

Los argumentos de salida son: x_i e i, que representan el valor aproximado de la raíz y el número de iteraciones que fue necesario para calcular x_i, respectivamente, tomando en cuenta un error estimado de 0.5×10^{-100}.

Probar los algoritmos para los siguientes polinomios:

1. $P(x) = x^4 + 8x^3 - 2x^2 + 3x - 10$
2. $f(x) = x^{10} - 1$

4.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica; utilizar líneas de comentarios para separar los códigos de los diferentes métodos; mostrar en la ventana de comandos una tabla con los resultados obtenidos para cada iteración de $i, x_i, f(x_i), f'(x_i), f''(x_i), ERP$ según sea necesario para cada algoritmo. En una sección del mismo agregar su conclusión del resultado obtenido contestando las siguientes preguntas:

1. ¿Qué algoritmo obtiene los mejores resultados para los diferentes polinomios?
2. ¿El valor inicial para x_i influye en la eficacia de los algoritmos?

El nombre del archivo debe ser como sigue:
practica04XXXX.m
Donde las **X** son sus iniciales empezando por el apellido.

5 Bibliografía.

5.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.
- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.
- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

5.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com

	Universidad Autónoma de Baja California Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño
Práctica de laboratorio	

Carreras	Plan de estudio	Clave asignatura	Nombre de la asignatura
Bioingeniería	2009-2	11790	Métodos Numéricos
Ing. Nanotecnología	2010-1	11790	

Práctica No.	Laborarotio	Nombre de la práctica	Duración
5	Computación	Método de Birge-Vieta	2 hrs.

1 Introducción.

Un caso especial de importancia práctica es encontrar las raíces de la ecuación $f(x) = 0$ cuando $f(x)$ es un polinomio en x. El método Birge-Vieta encuentra todas las raíces reales de un polinomio.

Un polinomio de la forma,

$$P(x) = a_1x^n + a_2x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n \tag{1}$$

puede ser factorizado en la forma

$$P(x) = (x - p_1)(x - p_2)\ldots(x - p_n) \tag{2}$$

donde p_i es un cero (o raíz) del polinomio porque $P(p_i) = 0$.

1.1 Algoritmo de Birge-Vieta

El método Birge-Vieta aplica Newton-Raphson para encontrar una raíz del polinomio $P(x)$.

1. Dado un punto x_k, evalúa $P(x_k)$ y $P'(x_k)$ mediante división sintética.
2. Cuando encuentra una raíz p_i, elimina el factor $(x-p_i)$ mediante división sintética y continúa trabajando sobre el polinomio resultante.
3. El proceso se repite hasta encontrar todas las raíces del polinomio.

2 Competencia.

Aplicar el método de Birge-Vieta para resolver de manera objetiva y a criterio, problemas mediante ecuaciones polinomiales, con creatividad y responsabilidad.

3 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Errores de truncamiento.
2. Series y sucesiones.
3. Métodos gráfico y bisecciones sucesivas.
4. Métodos de Newton-Raphson y Von Mises.

4 Descripción.

4.1 Procedimiento.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab que demuestre el método de Birge-Vieta utilizando el algoritmo descrito en la sección 1.1 para aproximar el valor de los polinomios:

1. $P(x) = x^3 - 6x^2 - 45x + 50$,
2. $P(x) = x^4 - x - 4$

Los argumentos de entrada son: x_0 que representa el valor inicial, el cual puede omitirse, en este caso, $x_0 = -a/b$, donde a es el coeficiente del término lineal del polinomio y b es el término independiente; y el otro argumento de entrada es un vector que contiene los coeficientes del polinomio.

Los argumentos de salida son: x_r e i, que representan el vector con los valores de las raíces encontradas y el número de iteraciones que fue necesario para calcular x_r, respectivamente, tomando en cuenta un error estimado de 0.5×10^{-100}.

4.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica; mostrar en la ventana de comandos una tabla con los resultados obtenidos de las variables: i, x_r, ERP para cada iteración; en una sección del mismo agregar su conclusión del resultado obtenido contestando las siguientes preguntas:

1. ¿De qué manera influye el valor inicial en el algoritmo?
2. ¿Cuándo debe terminar de realizar iteraciones el algoritmo (condición de salida)?

El nombre del archivo debe ser como sigue:
practica05XXXX.m
Donde las **X** son sus iniciales empezando por el apellido.

5 Bibliografía.

5.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.
- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.
- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

5.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com

	Universidad Autónoma de Baja California Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño
Práctica de laboratorio	

Carreras	**Plan de estudio**	**Clave asignatura**	**Nombre de la asignatura**
Bioingeniería	2009-2	11790	Métodos Numéricos
Ing. Nanotecnología	2010-1	11790	

Práctica No.	**Laborarotio**	**Nombre de la práctica**	**Duración**
6	Computación	Método de la matriz inversa y Gauss-Jordan	2 hrs.

1 Introducción.

La resolución de sistemas de ecuaciones lineales resulta de mucha importancia para temas de ingeniería. Existen dos tipos de sistemas que se modelan mediante ecuaciones algebraicas lineales. En el primer tipo se consideran sistemas de variables agrupadas que involucran componentes finitos relacionados y en el segundo grupo sistemas de variables distribuidas que involucran un continuo.

Para resolver los sistemas de ecuaciones se pueden utilizar diferentes métodos, entre los cuales podemos mencionar el método de la inversa y el método de eliminación de Gauss-Jordan.

1.1 Método de la matriz inversa

Este método consiste en expresar el sistema como una ecuación matricial de la forma $Ax = b$ y despejar el vector columna x. Dado que no esta definida la división de matrices, se usa la matriz inversa A^{-1}. Multiplicando por la matriz inversa ambos lados se tiene

$$A^{-1}Ax = A^{-1}b$$

de donde

$$Ix = A^{-1}b$$

y finalmente

$$x = A^{-1}b$$

El problema se reduce a hallar la matriz inversa para multiplicarla por el vector columna b y así hallar x.

1.2 Método de eliminación de Gauss-Jordan

Jordan propuso una modificación al método de Gauss. En vez de llevar el sistema a la forma triangular superior y de allí usar la sustitución en reversa, él pensó que sería más fácil continuar el procedimiento de eliminación de elementos, es decir, él propuso eliminar los elementos tanto arriba como abajo del pivote hasta llegar a la matriz identidad. De esta manera la solución del sistema se puede leer directamente de la última columna de la matriz aumentada.

1.3 Algoritmo de eliminación de Gauss-Jordan

1. Determinar la primer columna (a la izquierda) no cero.
2. Si el primer elemento de la columna es cero, intercambiarlo por un renglón que no tenga cero. Multiplicando apropiadamente el renglón igual a 1. Este primer 1 será llamado pivote.
3. Obtener ceros arriba y abajo del pivote sumando múltiplos adecuados a los renglones debajo de renglón pivote en la matriz completa.
4. Cubrir la columna y el renglón de trabajo y repetir el proceso comenzando en el paso 1 con la columna siguiente.

Es importante observar que en el método de Gauss-Jordan:

- De forma general, la matriz se va escalonando y reduciendo a la vez.
- En el paso 2, si el elemento no es cero no se realiza intercambio.
- En el paso 3, los elementos que se hacen cero no solo son los inferiores al pivote (Eliminación Gaussiana) sino también los superiores.

2 Competencias.

Aplicar los modelo matemáticos del método de la matriz inversa y del método de eliminación de Gauss-Jordan, mediante los recursos tecnológicos, identificando los elementos, criterios y ventajas de dichos métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales que representen procesos o fenómenos físicos, químicos, económicos, de ingeniería o ciencia en general, con creatividad y responsabilidad.

3 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Método de la inversa.
2. Métodos de eliminación de Gauss-Jordan.
3. Planteamiento de problemas a través de sistemas de ecuaciones.
4. Resolución de sistemas de ecuaciones.

4 Descripción.

4.1 Procedimiento.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab que resuelva sistemas de ecuaciones utilizando el método de la inversa. Adicionalmente desarrollará un un *script* en Matlab que resuelva sistemas de ecuaciones utilizando el método de eliminación de Gauss-Jordan.

Para ambos *scripts* los argumentos de entrada son: A que representa la matriz del sistema de ecuaciones, y b el vector de los términos independientes del sistema.

El argumento de salida es: x que representa el vector solución del sistema de ecuaciones.

Desarrolle un sistema de ecuaciones para el circuito de la Figura 1 y utilice los algoritmos de la matriz inversa y de eliminación de Gauss-Jordan para resolver dicho sistema:

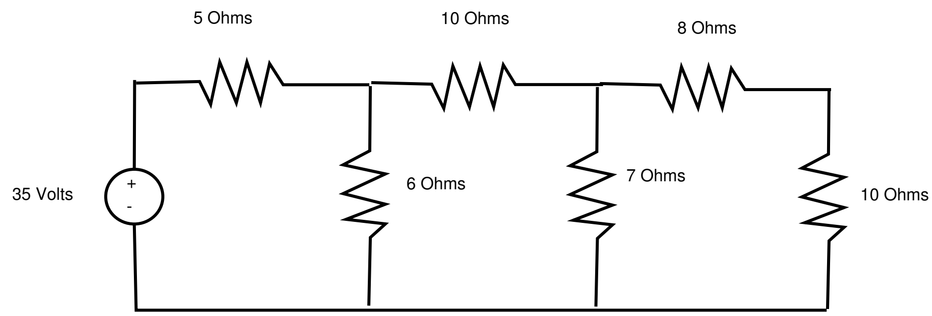


Figure 1: Circuito eléctrico que puede ser descrito por un sistema de ecuaciones lineales

4.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica; utilizar líneas de comentarios para separar los códigos de los diferentes métodos; mostrar en la ventana de comandos una tabla con los resultados obtenidos. En una sección del mismo agregar su conclusión del resultado obtenido contestando las siguientes preguntas:

1. Utilizando el comando *cputime* calcule el tiempo que tarda cada uno de los algoritmos. ¿Qué algoritmo tarda más? ¿Por qué?

2. ¿Existe una diferencia entre las soluciones obtenidas por los dos métodos? En caso de haberla explique el motivo.

El nombre del archivo debe ser como sigue:
practica06XXXX.m
Donde las **X** son sus iniciales empezando por el apellido.

5 Bibliografía.

5.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.

- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.

- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

5.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com

	Universidad Autónoma de Baja California Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño
Práctica de laboratorio	

Carreras	Plan de estudio	Clave asignatura	Nombre de la asignatura
Bioingeniería	2009-2	11790	Métodos Numéricos
Ing. Nanotecnología	2010-1	11790	

Práctica No.	Laborarotio	Nombre de la práctica	Duración
7	Computación	Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel	2 hrs.

1 Introducción.

El método de Jacobi consiste en despejar una de las incógnitas de una ecuación dejándola en función de las otras. La manera más sencilla es despejar a x_1 de la primer ecuación, x_2 de la segunda ecuación, x_i de la i-ésima ecuación, hasta x_n de la n-ésima ecuación. Es necesario por razones obvias que todos los elementos de la diagonal principal de la matriz de coeficientes del sistema lineal, sean diferentes de cero.

El método de Gauss-Seidel forma parte de los métodos llamados indirectos o iterativos. En ellos se comienza con $x^0 = (x_1^0; x_2^0; \cdots; x_n^0)$, una aproximación inicial de la solución. A partir de x^0 se construye una nueva aproximación de la solución, $x^1 = (x_1^1; x_2^1; \cdots; x_n^1)$. A partir de x^1 se construye x^2 (aquí el superíndice indica la iteración y no indica una potencia). Así sucesivamente se construye una sucesión de vectores x^k, con el objetivo, no siempre garantizado, de que

$$\lim_{k\to\infty} x^k = x^*$$

2 Competencia.

Aplicar los modelos matemáticos de los métodos de aproximaciones sucesivas, mediante los recursos tecnológicos, identificando los elementos, criterios y ventajas de estos, para resolver sistemas de ecuaciones lineales que representen procesos o fenómenos físicos, químicos, económicos, de ingeniería o ciencia en general, con creatividad y responsabilidad.

3 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Errores de truncamiento.

2. Series y sucesiones.

3. Métodos gráfico y bisecciones sucesivas.

4. Métodos de Newton-Raphson y Von Mises.
5. Método de Birge-Vieta
6. Métodos de Gauss y Gauss-Jordan

4 Descripción.

4.1 Procedimiento.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab que demuestre los algoritmos iterativos de Jacobi y Gauss Seidel para resolver los sistemas de ecuaciones que se muestran a continuación:

1. $\begin{array}{rcrcrcr} 17c_1 & - & 2c_2 & - & 3c_3 & = & 500 \\ -5c_1 & + & 21c_2 & - & 2c_3 & = & 200 \\ -5c_1 & - & 5c_2 & + & 22c_3 & = & 30 \end{array}$ con un error porcentual del 0.005%.

2. $\begin{bmatrix} 10 & 2 & -1 & 0 & 26 \\ 1 & 20 & -2 & 3 & -15 \\ -2 & 1 & 30 & 0 & 53 \\ 1 & 2 & 3 & 20 & 47 \end{bmatrix}$ con un error porcentual del 0.003%

3. $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 10 & 11 \\ 11 & -1 & 2 & 12 \\ 1 & 5 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ con un error porcentual del 0.001%

Los argumentos de entrada son: A que representa la matriz aumentada; y err que representa el error permitido de convergencia.

Los valores de salida son: x, $errS$ e i que representan el vector con los valores de las variables encontradas, el vector con los errores de cada variable encontrada y el número de iteraciones que fue necesario para calcular x, respectivamente.

4.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica; mostrar en la ventana de comandos los valores de salida; en una sección del mismo agregar su conclusión del resultado obtenido contestando las siguientes preguntas:

1. ¿Qué método es mas eficiente para cada ejercicio propuesto? ¿En base a qué esta basada su respuesta?
2. Escriba un ejemplo de un problema que se pueda resolver por estos métodos.

El nombre del archivo debe ser como sigue:
practica07XXXX.m
Donde las **X** son sus iniciales empezando por el apellido.

5 Bibliografía.

5.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.
- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.
- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

5.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com

Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño

Práctica de laboratorio

Carreras	Plan de estudio	Clave asignatura	Nombre de la asignatura
Bioingeniería	2009-2	11790	Métodos Numéricos
Ing. Nanotecnología	2010-1	11790	

Práctica No. (carta descriptiva)	Laborarotio	Nombre de la práctica	Duración
8(11)	Computación	Métodos de interpolación de Newton y Lagrange	2 hrs.

1 Introducción.

La interpolación polinomial es un método ampliamente utilizado para la estimación de valores intermedios entre valores conocidos. La fórmula general de un polinomio de *n-ésimo* orden esta dada por:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$$

Si contamos con $n+1$ puntos, existe uno y sólo un polinomio de *n-ésimo* orden o menor que pasa por todos los puntos. Generar el polinomio de interpolación consiste en determinar el único polinomio de *n-ésimo* orden que se ajusta a los $n+1$ puntos dados.

El polinomio único de interpolación de *n-ésimo* se puede expresar mediante diferentes fórmulas, entre las cuales encontramos el polinomio de diferencias divididas de Newton y el polinomio de Lagrange.

La forma general del polinomio de Newton de *n-ésimo* orden está dada por:

$$f_n(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1) + \ldots + b_n(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)...(z - x_{n-1})$$

donde

$$\begin{aligned}
b_0 &= f(x_0) \\
b_1 &= f[x_1, x_0] \\
b_2 &= f[x_2, x_1, x_0] \\
&. \\
&. \\
&. \\
b_n &= f[x_n, x_{n-1}, ..., x_1, x_0]
\end{aligned}$$

Recuerde que las evaluaciones de la función entre corchetes representan diferencias divididas finitas dadas por:

$$
\begin{aligned}
&f[x_j, x_i] = \frac{f(x_j) - f(x_i)}{x_j - x_i} \\
&f[x_k, x_j, x_i] = \frac{f[x_k, x_j] - f[x_j, x_i]}{x_k - x_i} \\
&. \\
&. \\
&. \\
&f[x_n, x_{n-1}, ..., x_1, x_0] = \frac{f[x_n, x_{n-1}, ..., x_2, x_1] - f[x_{n-1}, x_{n-2}, ...x_1, x_0]}{x_n - x_0}
\end{aligned}
$$

El polinomio de Lagrange es una reformulación del polinomio de Newton donde se evita el cáclculos de las diferencias divididas. La formulación del polinomio de Lagrange está dada por:

$$
f_n(x) = \sum_{i=0}^{n} L - i(x) f(x_i)
$$

donde

$$
L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}
$$

2 Competencia.

Aplicar las fórmulas de los polinomios de Newton y Lagrange, mediante los recursos tecnológicos, identificando los elementos, criterios y ventajas de estos, para lograr aproximaciones de funciones que representen variables de respuesta asociadas a procesos o fenómenos físicos, químicos, económicos, de ingeniería o ciencia en general, con creatividad y responsabilidad.

3 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Errores de truncamiento.
2. Series y sucesiones.
3. Métodos gráfico y bisecciones sucesivas.
4. Métodos de Newton-Raphson y Von Mises.
5. Método de Birge-Vieta
6. Métodos de Gauss y Gauss-Jordan
7. Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel

4 Descripción.

4.1 Procedimiento.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab que permita el cálculo de del polinomio de Newton y Lagrange y resolver los siguientes ejercicios:

1. Calcular $f(x)$ para $x = 2$ utilizando el polinomio de mayor orden posible.

x	$f(x)$
1	0
4	1.3862944
6	1.7917595
5	1.6094379
3	1.0986123
1.5	0.40546511
2.5	0.91629073
3.5	1.25276300

2. Calcular $V(t)$ para $t = 10$ utilizando el polinomio de mayor orden que permita también calcular el error de aproximación.

t	$V(t)$
1	800
3	2310
5	3090
7	3940
13	4755

Los argumentos de entrada son: A que representa una matriz que contiene los datos de x y $f(x)$, x_a que es el valor que se quiere aproximar y n que representa el grado del polinomio que se requiere obtener.

Los valores de salida son: $f(x_a)$ y err que representan el valor de la función que se está aproximando y el error de aproximación.

4.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica; mostrar en la ventana de comandos los valores de salida; en una sección del mismo agregar su conclusión del resultado obtenido contestando las siguientes preguntas:

1. ¿Qué método es mas eficiente? ¿En qué se basa su respuesta?

2. Suponga que para los datos del primer problema se sabe que siguen una función de tipo cúbica. ¿Qué datos de la tabla deben utilizarse para obtener una mejor aproximación?

El nombre del archivo debe ser como sigue:
practica08XXXX.m
Donde las **X** son sus iniciales empezando por el apellido.

5 Bibliografía.

5.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.
- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.
- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

5.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com

	Universidad Autónoma de Baja California Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño
Práctica de laboratorio	

Carreras	Plan de estudio	Clave asignatura	Nombre de la asignatura
Bioingeniería	2009-2	11790	Métodos Numéricos
Ing. Nanotecnología	2010-1	11790	

Práctica No. (carta descriptiva)	Laborarotio	Nombre de la práctica	Duración
9(12)	Computación	Regresión lineal por mínimos cuadrados	2 hrs.

1 Introducción.

En este tipo de aproximación (también llamada aproximación funcional) se trata de encontrar la ecuación de una curva que, aunque no pase por todos los puntos, tenga pocas variaciones, es decir sea suave y pase lo más cerca posible de todos ellos, para ello es necesario aplicar el criterio de mínimos cuadrados. Antes de aplicar este criterio, debe escogerse la forma de la curva que se va a ajustar al conjunto de puntos dado y su ecuación puede obtenerse desde un conocimiento previo del problema, es decir por su interpretación física o en forma arbitraria observando que ecuación conocida describe aproximadamente a esta curva.

El ejemplo más simple de aproximación por mínimos cuadrados es el ajuste de un conjunto de datos a una línea recta.

La expresión matemática de una recta es:

$$y = a_0 + a_1 x + E \tag{1}$$

en donde a_0 y a_1 son coeficientes que representan la intersección con el eje de las ordenadas y la pendiente, respectivamente y E es el error o residuo entre el modelo y las observaciones. Reordenando, se puede calcular el error como:

$$E = y - a_0 - a_1 x \tag{2}$$

es decir, es la diferencia entre el valor real de y y el valor aproximado, $a_0 + a_1 x$ que predice la ecuación lineal.

2 Competencia.

Aplicará los métodos de extrapolación, utilizando las herramientas tecnológicas con criterio y cuidado para plantear y resolver situaciones problemáticas de ingeniería, identificando la mejor alternativa para su solución.

3 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Errores de truncamiento.
2. Series y sucesiones.
3. Métodos gráfico y bisecciones sucesivas.
4. Métodos de Newton-Raphson y Von Mises.
5. Método de Birge-Vieta
6. Métodos de Gauss y Gauss-Jordan
7. Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel
8. Métodos de Newton y Lagrange

4 Descripción.

4.1 Procedimiento.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab para calcular el polinomio de regresión lineal con los datos del siguiente experimento:

1. Elegir una pelota, no importa el tamaño, color o peso, incluso puede ser una canica.
2. Elegir un edificio de al menos 4 pisos o una rampa de al menos 16 metros.
3. Dejar caer o rodar la pelota a diferentes distancias, al menos 5 distancias.
4. Con un cronómetro, medir el tiempo que tarda en llegar al piso o alcanzar la distancia fijada.

El experimento debe ser llevado a cabo en equipo de dos personas. Mostrar los datos obtenidos del experimento anterior en una gráfica, como la que se muestra en la siguiente página.

Los argumentos de entrada son: x y y que representan los datos experimentales. Los valores de salida son: a_0, a_1 y $r2$. Donde a_0 representa la intersección con el eje de las ordenadas, a_1 representan la pendiente y $r2$ es el coeficiente de regresión o de correlación.

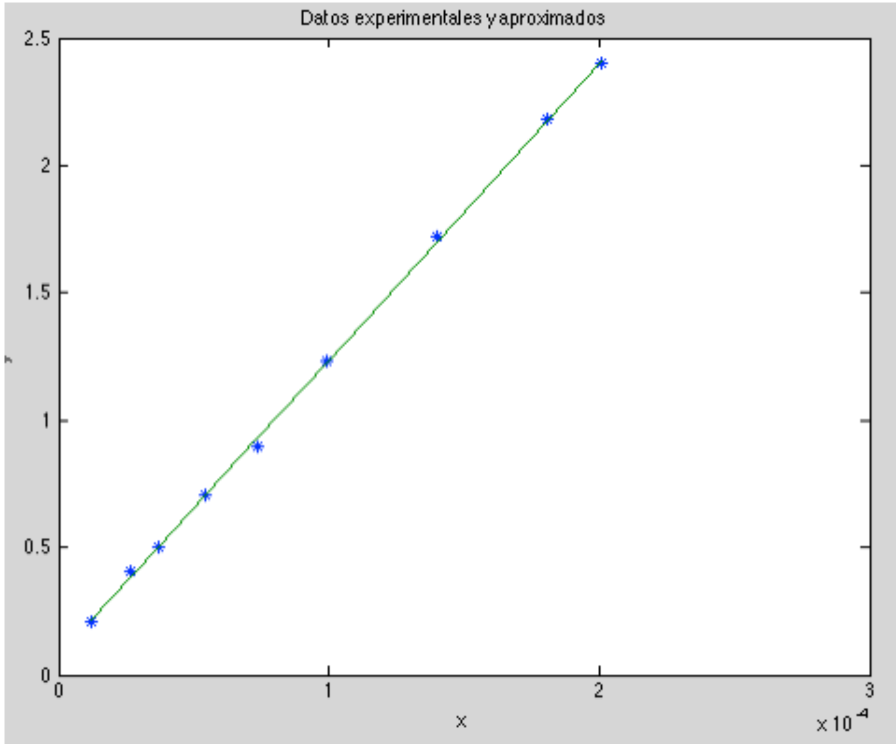
4.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica; mostrar en la ventana de comandos los valores de salida; en una sección del mismo agregar su conclusión del resultado obtenido contestando las siguientes preguntas:

1. ¿Los datos experimentales tienen un comportamiento lineal?
2. ¿Qué significa que $r2$ sea muy cercano a 1?

El nombre del archivo debe ser como sigue:
practica09XXXX_YYYY.m

Donde las **X** son las iniciales del integrante uno y las **Y** son las iniciales del integrante dos, empezando por el apellido.



5 Bibliografía.

5.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.
- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.
- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

5.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com

Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño

Práctica de laboratorio

Carreras	Plan de estudio	Clave asignatura	Nombre de la asignatura
Bioingeniería	2009-2	11790	Métodos Numéricos
Ing. Nanotecnología	2010-1	11790	

Práctica No. (carta descriptiva)	Laborarotio	Nombre de la práctica	Duración
10(12)	Computación	Regresión polinomial	2 hrs.

1 Introducción.

1.1 Regresión polinomial

El procedimiento de mínimos cuadrados para obtener la regresión lineal se puede extender fácilmente y ajustar los datos a un polinomio de m-ésimo grado.

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_m x^m \tag{1}$$

En este caso la suma de cuadrados de los residuos es:

$$S_r = \sum_{i=0}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - \cdots - a_m x_i^m)^2 \tag{2}$$

Siguiendo el procedimiento anterior, se deriva la ecuación con respecto a cada uno de los coeficientes del polinomio, para obtener:

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - \cdots - a_m x_i^m) \tag{3}$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - \cdots - a_m x_i^m) x_i \tag{4}$$

...

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - \cdots - a_m x_i^m) x_i^m \tag{5}$$

Si estas ecuaciones se igualan a cero y se reordenan se obtiene un conjunto de ecuaciones normales:

$$
\begin{array}{rcccccccccc}
na_0 & + & a_1 \sum x_i & + & a_2 \sum x_i^2 & + & \cdots & + & a_m \sum x_i^m & = & \sum y_i \\
a_0 \sum x_i & + & a_1 \sum x_i^2 & + & a_2 \sum x_i^3 & + & \cdots & + & a_m \sum x_i^{m+1} & = & \sum x_i y_i \\
a_0 \sum x_i^2 & + & a_1 \sum x_i^3 & + & a_2 \sum x_i^4 & + & \cdots & + & a_m \sum x_i^{m+2} & = & \sum x_i^2 y_i \\
 & \cdots & & & & & & & & & \\
a_0 \sum x_i^m & + & a_1 \sum x_i^{m+1} & + & a_2 \sum x_i^{m+2} & + & \cdots & + & a_m \sum x_i^{2m} & = & \sum x_i^m y_i
\end{array} \tag{6}
$$

El error de regresión polinomial se calcula con:

$$
S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-(m+1)}} \tag{7}
$$

Y el coeficiente de determinación con:

$$
r_2 = \frac{S_v - S_r}{S_v} \tag{8}
$$

2 Competencia.

Aplicar los modelos matemáticos del método de regresión polinomial, mediante los recursos tecnológicos, identificando los elementos, criterios y ventajas de estos, para obtener el polinomio de m-ésimo grado de una función de una variable que represente procesos o fenómenos físicos, químicos, económicos, de ingeniería o ciencia en general, con creatividad y responsabilidad.

3 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Errores de truncamiento.
2. Series y sucesiones.
3. Métodos gráfico y bisecciones sucesivas.
4. Métodos de Newton-Raphson y Von Mises.
5. Método de Birge-Vieta
6. Métodos de Gauss y Gauss-Jordan
7. Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel
8. Métodos de interpolación de Newton y Lagrange.
9. Regresión lineal.

4 Descripción.

4.1 Procedimiento.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab para obtener la regresión polinomial de m-ésimo grado de los grupo de datos que se muestran a continuación:

1. Calcular la regresión cuadrática para los siguientes datos.

x	y
0	2.1
1	7.7
2	13.6
3	27.2
4	40.9
5	61.1

2. Calcular la regresión cúbica para los siguientes datos.

x	y
3	1.6
4	3.6
5	4.4
7	3.4
8	2.2
9	2.8
11	3.8
12	4.6

Los argumentos de entrada son: A que representa una matriz que contiene los datos de x y y, y n que representa el grado del polinomio que se requiere obtener.

Los valores de salida son: P que es un vector de longitud $n+1$ que contiene los coeficientes polinomiales en orden descendiente $P(1) * x^n + P(2) * x^(n-1) + ... + P(n) * x + P(n+1)$ y r el coeficiente de determinación.

4.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica; mostrar en la ventana de comandos los valores de salida; en una sección del mismo agregar su conclusión del resultado obtenido contestando las siguientes preguntas:

1. ¿En qué se diferencia este método con la aproximación polnomial de Newton o Lagrange?
2. ¿Qué método es mejor: la regresión polinomial o la regresión lineal?

El nombre del archivo debe ser como sigue:
practica10XXXX.m
Donde las **X** son sus iniciales empezando por el apellido.

5 Bibliografía.

5.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.
- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.
- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

5.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com

	Universidad Autónoma de Baja California Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño
Práctica de laboratorio	

Carreras	**Plan de estudio**	**Clave asignatura**	**Nombre de la asignatura**
Bioingeniería	2009-2	11790	Métodos Numéricos
Ing. Nanotecnología	2010-1	11790	

Práctica No. (carta descriptiva)	**Laborarotio**	**Nombre de la práctica**	**Duración**
11(13)	Computación	Métodos del trapecio y Simpson 1/3 y 3/8	2 hrs.

1 Introducción.

El método de la regla del trapecio es la primera forma o método de integración de Newton-Cotes. La integral aproximada es:

$$I = \int_a^b f(x)dx \cong \frac{f(a)+f(b)}{2}(b-a)$$

Geométricamente el método trapezoidal es un equivalente a aproximar gráficamente el área de un trapezoide bajo la recta que una a $f(a)$ y $f(b)$, como se puede observar en la figura 1.

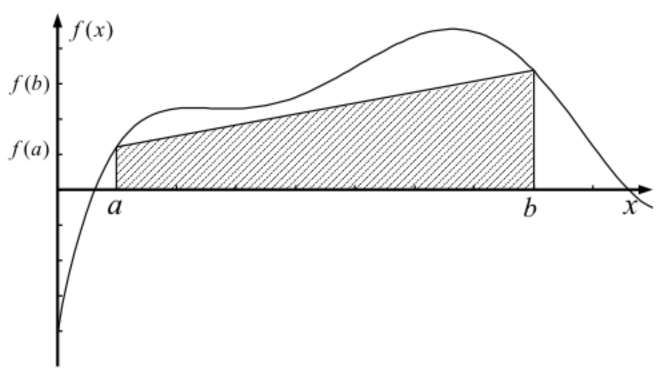


Figure 1: Método de la regla del trapecio.

El error aproximado está dado por:

$$E_a = -\frac{(b-a)^2}{12}\int_a^b f''(x)dx$$

Para mejorar la exactitud de la regla trapezoidal se divide el intervalo de integración de a a b en un número n de segmentos y se aplica el método en cada uno de los nuevos segmentos. Con lo cual se tiene que la regla trapezoidal múltiple es:

$$I = \int_a^b f(x)dx \cong \frac{f(x_0) + 2\sum_{i=2}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)}{3n}(b-a)$$

De donde $(b-a)$ es la anchura del intervalo de integración, y la división es la altura promedio del trapecio.

Para calcular la anchura de los nuevos intervalos se tiene que $h = \dfrac{b-a}{n}$.

Y el error aproximado está dado por:

$$E_a = -\frac{(b-a)^2}{12n^2}\int_a^b f''(x)dx$$

Una manera de mejorar la exactitud del método trapezoidal es usar polinomios de mayor orden para conectar los puntos. Por ejemplo, si existe un punto entre $f(a)$ y $f(b)$, a la mitad, estos puntos se pueden conectar mediante una parábola.

Si hay dos puntos igualmente espaciados entre $f(a)$ y $f(b)$, los cuatro puntos se pueden conectar mediante un polinomio de tercer orden.

A las ecuaciones que se utilizan para calcular las integrales bajo estos polinomios se conocen como reglas de Simpson.

Utilizando un polinomio de segundo orden se tiene que la aproximación del área bajo la curva mediante tres puntos o una parábola esta dada por:

$$I = \int_a^b f(x)dx \cong \frac{f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)}{6}(b-a)$$

Para calcular la anchura de los nuevos intervalos se tiene:

$$h = \frac{b-a}{2}$$

Y el error aproximado está dado por:

$$E_a = -\frac{(b-a)^4}{2280}\int_a^b f^{IV}(x)dx$$

2 Competencia.

Aplicar los diferentes modelos matemáticos analíticos y de aproximación, mediante los recursos tecnológicos, identificando los elementos, criterios y ventajas de cada uno de ellos, que le permita resolver situaciones problematicas de corte físico, químico o de ingeniería en general en donde se requiera la determinación del área bajo la curva, en forma creativa y responsabilidad.

3 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Errores de truncamiento.

2. Series y sucesiones.

3. Métodos gráfico y bisecciones sucesivas.
4. Métodos de Newton-Raphson y Von Mises.
5. Método de Birge-Vieta
6. Métodos de Gauss y Gauss-Jordan
7. Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel
8. Métodos de interpolación de Newton y Lagrange.
9. Regresión lineal.

4 Descripción.

4.1 Procedimiento.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab que demuestre los algoritmos de la regla del trapecio y los métodos Simpson utilizando dos ejemplos de integrales que no se puedan resolver de forma analítica. Un ejemplo es $\int e^{x^2}$.

Los argumentos de entrada son: a y b que representan el intervalo de evaluación de la integral; y n que representa el número de intervalos.

Los valores de salida son: y, E_a que representan el valor de aproximación encontrado y el error de aproximación, respectivamente.

4.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica; mostrar en la ventana de comandos los valores de salida; en una sección del mismo agregar su conclusión del resultado obtenido contestando las siguientes preguntas:

1. ¿Qué método es mas eficiente para cada ejercicio propuesto? ¿En base a qué esta basada su respuesta?
2. Escriba un ejemplo de un problema práctico, que se pueda resolver por estos métodos y no por el cálculo integral.

El nombre del archivo debe ser como sigue:
practica11XXXX.m
Donde las **X** son sus iniciales empezando por el apellido.

5 Bibliografía.

5.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.
- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.
- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

5.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com

Universidad Autónoma de Baja California Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño
Práctica de laboratorio

Carreras	Plan de estudio	Clave asignatura	Nombre de la asignatura
Ing. Industrial	2007-1	5311	Métodos Numéricos
Bioingeniería	2009-2	11790	
Ing. Nanotecnología	2010-1	11790	

Práctica No. (carta descriptiva)	Laborarotio	Nombre de la práctica	Duración
12(13)	Computación	Método de diferenciación	2 hrs.

1 Introducción.

La diferenciación numérica, es un método utilizado para evaluar las derivadas de funciones por medio de valores funcionales de puntos de datos discretos. Si se conocen los valores funcionales de dichos datos discretos, la función se puede expresar de una forma aproximada por medio de una interpolación polinomial. Por lo que, al diferenciar dicho polinomio, se pueden evaluar sus derivadas. Las fórmulas de derivación numérica son importantes en el desarrollo de algoritmos para resolver problemas de contorno de ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones en derivadas parciales.

Por definición la derivada de una función esta dada por:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \tag{1}$$

La evaluación en un punto de la derivada de una función se puede aproximar utilizando los métodos de diferenciación hacia adelante, hacia atrás y centrado. A continuación se muestra un resumen de las fórmulas de diferenciación que se pueden obtener a partir de desarrollos en serie de Taylor.

1.1 Expresiones de primeras diferencias hacia adelante

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

$$f''(x_0) = \frac{f(x_0+2h) - 2f(x_0+h) + f(x_0)}{h^2}$$

$$f'''(x_0) = \frac{f(x_0+3h) - 3f(x_0+2h) + 3f(x_0+h) - f(x_0)}{h^3}$$

$$f^{IV}(x_0) = \frac{f(x_0+4h) - 4f(x_0+3h) + 6f(x_0+2h) - 4f(x_0+h) + f(x_0)}{h^4}$$

1.2 Expresiones de primeras diferencias hacia atrás

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$$

$$f''(x_0) = \frac{f(x_0) - 2f(x_0 - h) + f(x_0 - 2h)}{h^2}$$

$$f'''(x_0) = \frac{f(x_0) - 3f(x_0 - h) + 3f(x_0 - 2h) - f(x_0 - 3h)}{h^3}$$

$$f^{IV}(x_0) = \frac{f(x_0) - 4f(x_0 - h) + 6f(x_0 - 2h) - 4f(x_0 - 3h) + f(x_0 - 4h)}{h^4}$$

1.3 Expresiones de primeras diferencias centrales

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h}$$

$$f''(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2}$$

$$f'''(x_0) = \frac{f(x_0 + 2h) - 2f(x_0 + h) + 2f(x_0 - h) - f(x_0 - 2h)}{h^3}$$

$$f^{IV}(x_0) = \frac{f(x_0 + 2h) - 4f(x_0 + h) + 6f(x_0) - 4f(x_0 - h) + f(x_0 - 2h)}{h^4}$$

2 Competencia.

Aplicar los modelos matemáticos del método de diferenciación mediante los recursos tecnológicos, identificando los elementos, criterios y ventajas de estos, para resolver problemas que representen procesos o fenómenos físicos, químicos, económicos, de ingeniería o ciencia en general, con creatividad y responsabilidad.

3 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Errores de truncamiento.
2. Series y sucesiones.
3. Métodos gráfico y bisecciones sucesivas.
4. Métodos de Newton-Raphson y Von Mises.
5. Método de Birge-Vieta.
6. Métodos de Gauss y Gauss-Jordan.
7. Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel.

8. Métodos de interpolación de Newton y Lagrange.

9. Regresión lineal y polinomial.

10. Métodos de integración del trapecio y Simpson 1/3 y 3/8.

4 Descripción.

4.1 Procedimiento.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab que aplique el método de diferenciación para aproximar la derivada que se pide en cada inciso:

1. Aproximar la 1era, 2da, 3era y 4ta derivada para $x = 1$ y $x = 5$

x	y
0	2.1
1	7.7
2	13.6
3	27.2
4	40.9
5	61.1

2. Aproximar la 1era, 2da, 3era y 4ta derivada con $x = -5$ para $f(x) = e^{-x}$ utilizando $h = 0.1$ y $h = 0.2$

Los argumentos de entrada son: x y y que son los vectores de la variable independiente y de la variable de respuesta respectivamente que contienen los datos discretos, x_0 que es el valor para el cual se quiere estimar la(s) derivada(s) y n que representa el orden de la derivada que se está buscando.

Los valores de salida son: $d(x_0)$, que representan el valor calculado de la derivada de orden n para el valor x_0

4.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica; mostrar en la ventana de comandos los valores de salida; en una sección del mismo agregar su conclusión del resultado obtenido.

El nombre del archivo debe ser como sigue:

practica12XXXX.m

Donde las **X** son sus iniciales empezando por el apellido.

5 Bibliografía.

5.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.

- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.

- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

5.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com

	Universidad Autónoma de Baja California Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño
Práctica de laboratorio	

Carreras	Plan de estudio	Clave asignatura	Nombre de la asignatura
Ing. Industrial	2007-1	5311	Métodos Numéricos
Bioingeniería	2009-2	11790	
Ing. Nanotecnología	2010-1	11790	

Práctica No. (carta descriptiva)	**Laborarotio**	**Nombre de la práctica**	**Duración**
13(14)	Computación	Método de Euler mejorado	2 hrs.

1 Introducción.

La primera derivada proporciona una estimación de la pendiente en x_i tal como se observa en la figura 1.

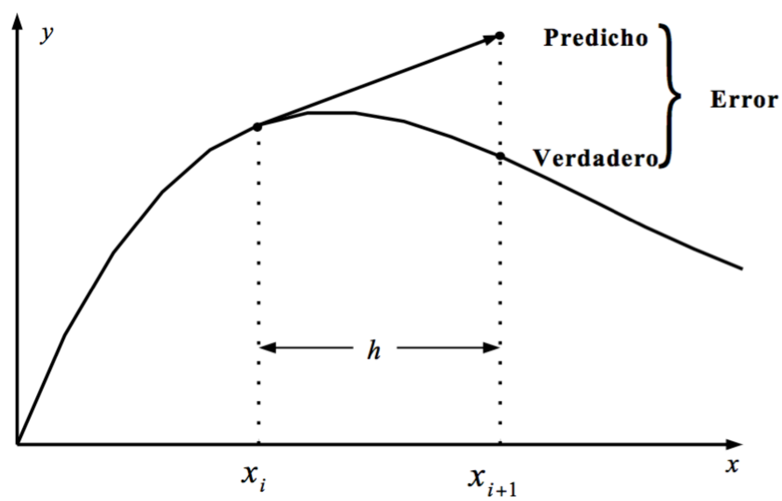


Figure 1: Primera derivada para la estimación de una pendiente.

De la figura 1 se observa que

$$y_{i+1} = y_i + \phi h \tag{1}$$

Donde ϕ es la pendiente

$$\phi = f(x_i, y_i) \tag{2}$$

Es decir, la función evaluada en los puntos (x_i, y_i) rescribiendo la ecuación 2 se tiene que:

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h \tag{3}$$

A esta ecuación se le conoce como método de Euler o punto medio de Euler.

Un método para mejorar la aproximación a la pendiente implica el cálculo de dos derivadas del intervalo, en un punto inicial y otra en un punto final. En seguida se promedian las derivadas y se obtiene una aproximación mejorada de la pendiente en el intervalo completo. Este esquema, llamado método de Heun, se muestran en las figuras 2 y 3.

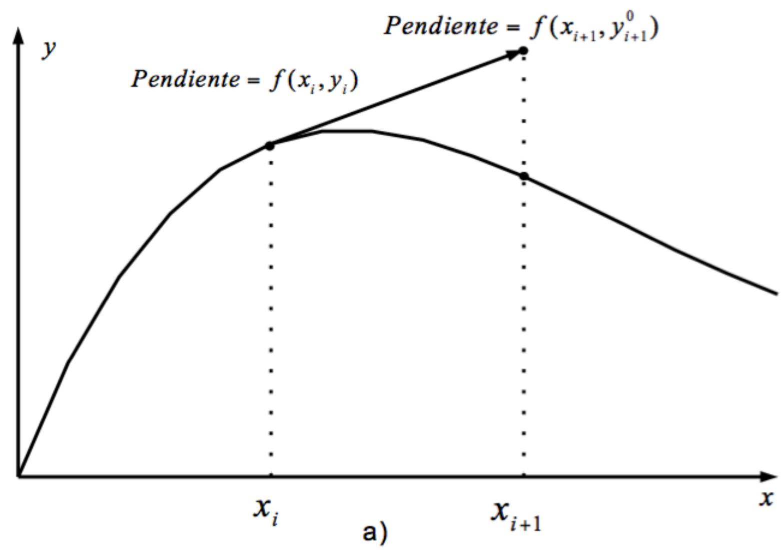


Figure 2: Esquema gráfico del método de Heun. a) Predictor.

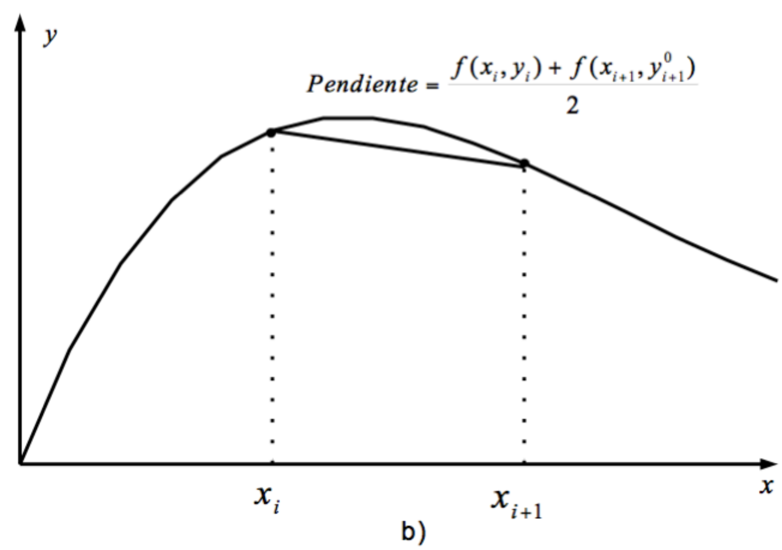


Figure 3: Esquema gráfico del método de Heun. b) Corrector.

La pendiente al principio de un intervalo es

$$y_i' = f(x_i, y_i) \tag{4}$$

Se usa para extrapolar linealmente a y_{i+1}:

$$y_{i+1}^0 = y_i + f(x_i, y_i)h \tag{5}$$

En el método estándar de Euler se pararía en este punto. Sin embargo en el método de Heun, la y_{i+1}^0 no es la respuesta final si no una predicción intermedia. Esto se debe a que se ha distinguido a esta con el superíndice 0. La ecuación de y_{i+1}^0 se llama ecuación predictora. Proporciona una aproximación de y_{i+1} que permite el cálculo de una pendiente aproximada al final del intervalo:

$$y_{i+1}' = f(x_{i+1}, y_{i+1}^0) \tag{6}$$

Por lo tanto, se pueden combinar las dos pendientes y obtener una pendiente promedio sobre el intervalo:

$$\overline{y'} = \frac{y_i' + y_{i+1}'}{2} = \frac{f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^0)}{2} \tag{7}$$

Esta pendiente promedio se usa para extrapolar linealmente de y_i a y_{i+1} usando el método de Euler:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^0)}{2}h \tag{8}$$

Que se llama una ecuación correctora.

El método de Heun es un esquema predictor-corrector. Se puede expresar de manera concisa como:

$$\text{Predictor} \quad y_{i+1}^0 = y_i + f(x_i, y_i)h$$

$$\text{Corrector} \quad y_{i+1} = y_i + \frac{f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^0)}{2}h$$

Nótese que debido a que la ecuación del corrector tiene y_{i+1} en ambos lados del signo igual, esta puede aplicarse para "corregir" en un esquema iterativo. Esto es, se puede usar una aproximación anterior varias veces para proporcionar una aproximación mejorada de y_{i+1}. Se debe entender que este proceso no necesariamente converge a la respuesta correcta, sino converge a una aproximación con un error de truncamiento finito.

2 Competencia.

El alumno analizará y formulará algunos problemas que son comunes en la ingeniería, mediante modelos matemáticos, como parte de sus elementos básicos.

3 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Errores de truncamiento.
2. Series y sucesiones.
3. Métodos gráfico y bisecciones sucesivas.
4. Métodos de Newton-Raphson y Von Mises.
5. Método de Birge-Vieta.
6. Métodos de Gauss y Gauss-Jordan.
7. Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel.
8. Métodos de interpolación de Newton y Lagrange.
9. Regresión lineal y polinomial.
10. Métodos de integración del trapecio y Simpson 1/3 y 3/8.
11. Método de Euler.

4 Descripción.

4.1 Procedimiento.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab que demuestre los algoritmos de los métodos de Euler y Euler mejorado para los problemas de valor inicial que se muestran a continuación:

1. $\dfrac{dy}{dx} = yx^2 - 1.2y$ en el intervalo de $x = 0$ hasta $x = 2$, donde $y(0) = 1$ con un tamaño de paso $h = 0.25$.
2. $\dfrac{dy}{dx} = (1+x)\sqrt{y}$ en el intervalo de $x = 0$ hasta $x = 1$, donde $y(0) = 1$ con un tamaño de paso $h = 0.1$.

Los argumentos de entrada son: $x1$, $x2$, y h, los primeros valores representan el intervalo y el tercer valor representa el tamaño de paso.

Los valores de salida son: y y E_v que representan el vector con los valores de las variables encontradas y_i y el vector con los errores de cada variable encontrada, respectivamente.

Obtener la solución de forma analítica y graficar la solución verdadera y la estimada.

4.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica; mostrar en la ventana de comandos los valores de salida; en una sección del mismo agregar su conclusión del resultado obtenido contestando las siguientes preguntas:

1. ¿Qué método es mas eficiente para cada ejercicio propuesto? ¿En base a qué esta basada su respuesta?

2. En base a los resultados obtenidos, ¿Cuál es la diferencia entre el método de Euler (incluyendo el análisis del error) y el de Euler mejorado?

El nombre del archivo debe ser como sigue:
practica13XXXX.m
Donde las **X** son sus iniciales empezando por el apellido.

5 Bibliografía.

5.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.

- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.

- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

5.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com

Universidad Autónoma de Baja California
Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño

Práctica de laboratorio

Carreras	Plan de estudio	Clave asignatura	Nombre de la asignatura
Bioingeniería	2009-2	11790	Métodos Numéricos
Ing. Nanotecnología	2010-1	11790	

Práctica No. (carta descriptiva)	Laborarotio	Nombre de la práctica	Duración
12(14)	Computación	Método de Runge-Kutta	2 hrs.

1 Introducción.

2 Métodos de Runge-Kutta

Los métodos de Runge-Kutta logran la exactitud del procedimiento de las series de Taylor sin requerir el uso de derivadas superiores. Existen diversas variantes, pero todas tienen la siguiente forma:

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i, h)h \tag{1}$$

Donde $\phi(x_i, y_i, h)$ es conocida como la función incremento, la cual puede interpretarse como una pendiente representativa en un intervalo. Esta función se escribe de forma general como:

$$\phi = a_1k_1 + a_2k_2 + \cdots + a_nk_n \tag{2}$$

Donde las a son constantes y las k son:

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1h, y_i + q_{11}k_1h)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2h, y_i + q_{21}k_1h + q_{22}k_2h)$$

$$\dots$$

$$k_n = f(x_i + p_{n-1}h, y_i + q_{n-1,1}k_1h + q_{n-1,2}k_2h + \cdots + q_{n-1,n-1}k_{n-1}h)$$

Obsérvese que las k son las relaciones de recurrencia; esto indica que k_1 aparece en la ecuación para k_2, y k_2 aparece en la ecuación para k_3, etc.

2.1 Métodos de Runge-Kutta de cuarto orden

Los Métodos de Runge-Kutta más populares son los de cuarto orden. Como sucede con los métodos de segundo orden. Existe un número infinito de versiones. Se presentan las dos versiones mas comunes de este método, la primera versión se basa en la regla de Simpson 1/3 y comúnmente es llamada método clásico de Runge-Kutta como se describe continuación.

$$y_{i+1} = y_i + \left[\frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\right] h \tag{3}$$

Donde:

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1 h)$$

$$k_3 = f(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2 h)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3 h)$$

La segunda se basa en la regla de Simpson 3/8 y se escribe así

$$y_{i+1} = y_i + \left[\frac{1}{8}(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)\right] h \tag{4}$$

Donde:

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + \frac{1}{3}h, y_i + \frac{1}{3}k_1 h)$$

$$k_3 = f(x_i + \frac{1}{3}h, y_i + \frac{1}{3}k_2 h)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_1 h - k_2 h)$$

Se pueden disponer de fórmulas de Runge-Kutta de orden superior, tales como el método de Butcher, pero en general, la ganancia obtenida en exactitud por métodos de orden superior al cuarto orden se contrapone con la complejidad y esfuerzo de cálculo.

3 Competencia.

El alumno analizará y formulará algunos problemas que son comunes en la ingeniería, mediante modelos matemáticos, como parte de sus elementos básicos.

4 Teoría.

Recopilación bibliográfica de los siguientes conceptos:

1. Errores de truncamiento.
2. Series y sucesiones.
3. Métodos gráfico y bisecciones sucesivas.
4. Métodos de Newton-Raphson y Von Mises.
5. Método de Birge-Vieta.
6. Métodos de Gauss y Gauss-Jordan.
7. Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel.
8. Métodos de interpolación de Newton y Lagrange.
9. Regresión lineal y polinomial.
10. Métodos de integración del trapecio y Simpson 1/3 y 3/8.
11. Método de Euler y Euler mejorado (Heun).

5 Descripción.

5.1 Procedimiento.

El alumno desarrollará un *script* en Matlab que demuestre los algoritmos de los métodos de Runge-Kutta de cuarto orden en su dos versiones (Simpson 1/3 y Simpson 3/8) para los problemas de valor inicial que se muestran a continuación:

1. $\dfrac{dy}{dx} = yx^2 - 1.2y$ en el intervalo de $x = 0$ hasta $x = 2$, donde $y(0) = 1$ con un tamaño de paso $h = 0.25$.
2. $\dfrac{dy}{dx} = (1+x)\sqrt{y}$ en el intervalo de $x = 0$ hasta $x = 1$, donde $y(0) = 1$ con un tamaño de paso $h = 0.1$.

Los argumentos de entrada son: $x1$, $x2$, y h, los primeros valores representan el intervalo y el tercer valor representa el tamaño de paso.

Los valores de salida son: y y E_v que representan el vector con los valores de las variables encontradas y_i y el vector con los errores de cada variable encontrada, respectivamente.

Obtener la solución de forma analítica y graficar la solución verdadera y la estimada.

5.2 Reporte.

Grabar en un archivo de Matlab (.m) el código generado en la práctica; mostrar en la ventana de comandos los valores de salida; en una sección del mismo agregar su conclusión del resultado obtenido contestando las siguientes preguntas:

1. ¿Qué método es mas eficiente para cada ejercicio propuesto? ¿En base a qué esta basada su respuesta?

2. En base a los resultados obtenidos, ¿Cuál es la diferencia entre los resultados de los método de Runge-Kutta basados en la regla de Simpson 1/3 y de Simpson 3/8?

3. ¿Existe diferencia entre los resultados obtenidos por los métodos de Runge-Kutta basados en las reglas de Simpson 1/3 y de Simpson 3/8 con respecto a los obtenidos por los métodos de Euler y de Heun?

El nombre del archivo debe ser como sigue:
practica14XXXX.m
Donde las **X** son sus iniciales empezando por el apellido.

6 Bibliografía.

6.1 Básica.

- Métodos Numéricos para Ingenieros. Chapra, Candele. McGraw Hill, México.

- Métodos Numéricos/Aplicados a la Ingeniería. Antonio Nieves/Federico C. Dominguez. CECSA.

- Análisis Numérico. Richard L. Burden/Douglas Faires. GrupoEditorial Iberoamérica.

6.2 Complementaria.

- http://www.mathworks.com